

ФЕДЕРАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

А. Н. Петенёв, В. Ю. Гальков, И. А. Орлянская

Начертательная геометрия

Рабочая тетрадь

*для студентов, обучающихся по специальностям
35.03.06 – «Агроинженерия», 23.03.03 – «Эксплуатация
транспортно-технологических машин и комплексов»)*

Студента 1-го курса группы

.....
201..... - 201..... учебный год.

Курс ведут преподаватели:

лекции:

.....
практические занятия:

.....

*Ставрополь
2015*

УДК 514.18
ББК 22.151.3
П29

Авторы:

кандидат технических наук, доцент *А. Н. Петенёв*;
ассистент *В. Ю. Гальков*;
ассистент *И. А. Орлянская*

Петенёв, А. Н.

П29 Начертательная геометрия : рабочая тетрадь / А. Н. Петенёв, В. Ю. Гальков, И. А. Орлянская ; Ставропольский гос. аграрный ун-т. – Ставрополь, 2015. – 80 с.

Для студентов, обучающихся по специальностям 35.03.06 – «Агроинженерия», 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов»).

УДК 514.18
ББК 22.151.3

*Рекомендована к изданию методическим советом
Ставропольского государственного аграрного университета
(протокол № 10 от 12.05.2015)*

ТАБЛИЦА ДЛЯ СОПОСТАВЛЕНИЯ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Элементы	Варианты обозначений		
Плоскости проекций:			
фронтальная	V	Π_1	π_1
горизонтальная	H	Π_2	π_2
профильная	W	Π_3	π_3
дополнительные	S, T, \dots	Π_4, Π_5, \dots	π_4, π_5, \dots
Оси проекций основные	$x, V/H,$ $y, H/W,$ $z, V/W$	$x_{12},$ $y_{13},$ z_{23}	$\pi_1/\pi_2,$ $\pi_1/\pi_3,$ $\pi_2/\pi_3,$ π_1/π_4
дополнительные	$H/S, H/T, \dots$	$s_{14}, \Pi_1/\Pi_4$	
Точки в пространстве	A, B, C, \dots		
Проекции точек:			
фронтальная	a', b', c', \dots	A_2, B_2, C_2, \dots	A'', B'', C'', \dots
горизонтальная	a, b, c, \dots	A_1, B_1, C_1, \dots	A', B', C', \dots
профильная	a'', b'', c'', \dots	A_3, B_3, C_3, \dots	A''', B''', C''', \dots
дополнительные	a^N, b^N, c^N, \dots	A_4, B_4, C_4, \dots	A^{IV}, B^{IV}, C^{IV}
Линия в пространстве	$k, l, m, \dots f$	a, b, c, \dots	
Проекции линий:			
фронтальная	k', l', m', \dots	a_2, b_2, c_2, \dots	$a'', b'', c'',$
горизонтальная	k, l, m, \dots	a_1, b_1, c_1, \dots	$a', b', c',$
профильная	k'', l'', m'', \dots	a_3, b_3, c_3, \dots	$a''', b''', c''',$
дополнительные	k^N, l^N, m^N, \dots	a_4, b_4, c_4, \dots	a^{IV}, b^{IV}, c^{IV}
Проекции отрезка прямой:			
фронтальная	$a'b', c'1',$	A_2B_2, \dots	$A''B'', \dots$
горизонтальная	$ab, c1,$	A_1B_1, \dots	$A'B', \dots$
профильная	$a''b'', c''1'',$	A_3B_3, \dots	$A'''B''', \dots$
дополнительные	$a^N b^N, c^N 1^N$	A_4B_4, \dots	$A^{IV}B^{IV}, \dots$
Плоскости и поверхности в пространстве	P, R, S, T, Q ($e Z I$	$\Gamma, E, H, \Theta, \Lambda,$ $P, \Sigma,] j$	$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon,$ $] j$
Следы плоскости:			
фронтальный	$P_V, R_V, S_V,$		$\alpha_{\pi_2}, \beta_{\pi_2}, \gamma_{\pi_2},$
горизонтальный	$P_H, R_H, S_H,$		$\alpha_{\pi_1}, \beta_{\pi_1}, \gamma_{\pi_1},$
профильный	$P_W, R_W, S_W,$		$\alpha_{\pi_3}, \beta_{\pi_3}, \gamma_{\pi_3},$
на дополнительной пл-сти	P_T, R_T, S_T		$\alpha_{\pi_4}, \beta_{\pi_4}, \gamma_{\pi_4},$

ПРЕДИСЛОВИЕ

Рабочая тетрадь включает в себя обязательный минимум задач, предусмотренный действующей программой.

Программный материал курса занятий соответствует темам рабочей программы.

Каждое занятие содержит:

1. контрольные вопросы для проверки степени усвоения теоретического материала;
2. задачи для самостоятельных упражнений;
3. консультацию в виде методических указаний к решению задач или "графических ключей" построений (наглядного изображения решения наиболее трудных задач на пространственных чертежах для студентов, затрудняющихся самостоятельно их решить).

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

1. Перед каждым практическим занятием изучите теоретический материал темы по конспекту лекций и учебнику В.О.Гордона и М.А.Семенцова-Огиевского "Курс начертательной геометрии".

2. На контрольные вопросы ответьте устно или лучше письменно (в отдельной тетради).

3. При подготовке к практическим занятиям рассмотрите решения типовых примеров, используя для этого "Сборник задач по начертательной геометрии" Х.А. Арустамова.

4. На практических занятиях решите обязательные задачи, которые обеспечивают закрепление теоретических основ курса и способствуют развитию навыков в проекционных построениях, если останется время, то переходите к решению оставшихся задач.

В случае затруднения в решении задачи ознакомьтесь с содержанием пункта "консультация".

Если и после этого Вы не можете самостоятельно решить задачу, обратитесь за помощью к преподавателю.

5. Проработав указанным образом материал занятия, переходите к работе над следующим.

Все построения следует выполнять простым черным карандашом марки "ТМ" или "М" при помощи линейки, треугольника, циркуля. Окончательный результат обведите красным карандашом.

ЗАНЯТИЕ 1

Тема. Геометрические построения.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как разделить отрезок прямой на две равные части?
2. Как построить правильный вписанный многоугольник?
3. Как разделить окружность на шесть равных частей?
4. Поясните суть способа триангуляции.
5. Где расположен центр окружности, описанной вокруг треугольника?
6. Как разделить угол на две равные части?
7. Как разделить угол на три равные части?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

- Задача 1.1. а) разделить отрезок **AB** на две равные части с помощью циркуля и линейки;
б) восстановить перпендикуляр к отрезку **AB**, используя одну вспомогательную окружность (дугу).

A •—————• **B**

- Задача 1.2. Построить с помощью циркуля и линейки прямоугольник с заданной стороной **AB** и стороной **BC** = 30 мм.

A •—————• **B**

Задача 1.3. Разделить прямой угол на равные части.

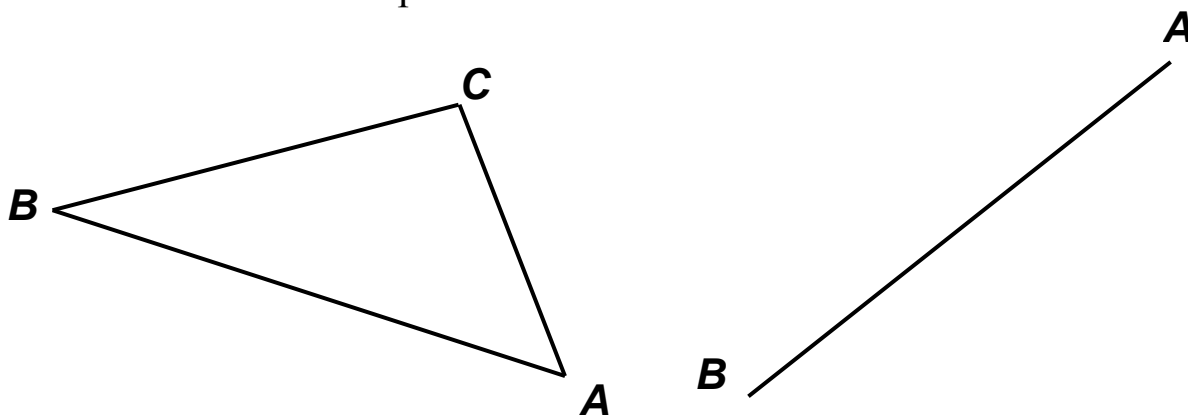
а) на две равные части



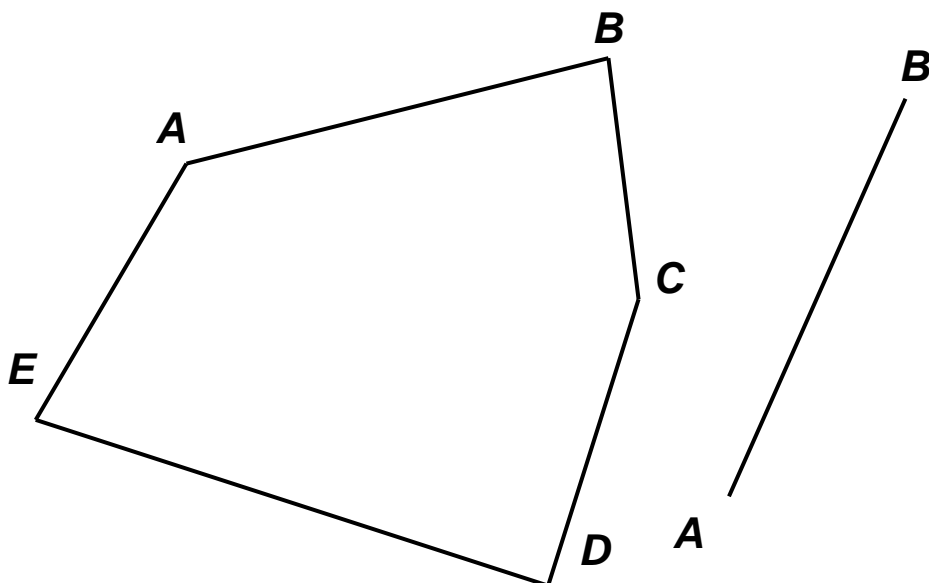
б) на три равные части



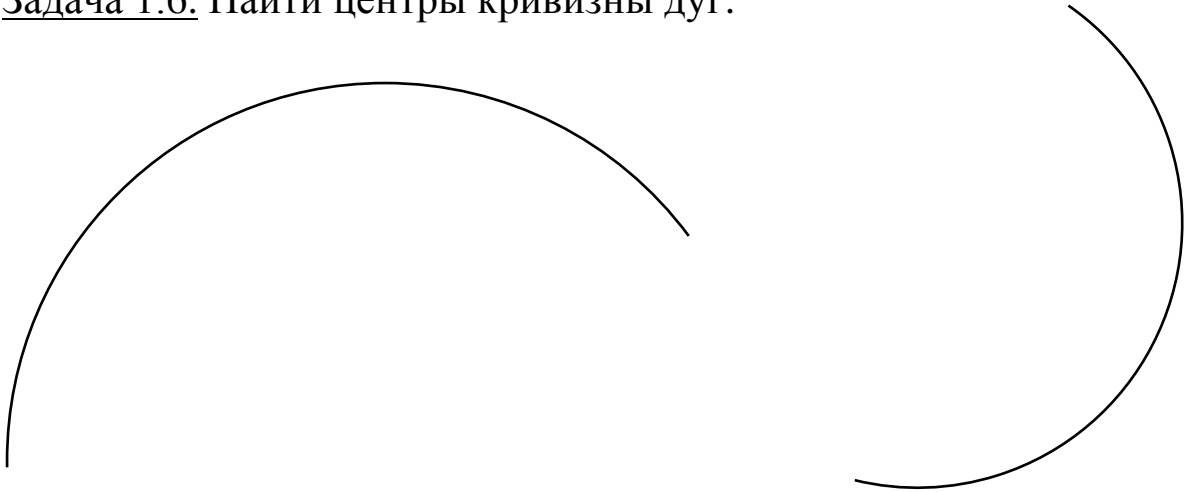
Задача 1.4. Построить треугольник ABC с заданным новым положением стороны AB .



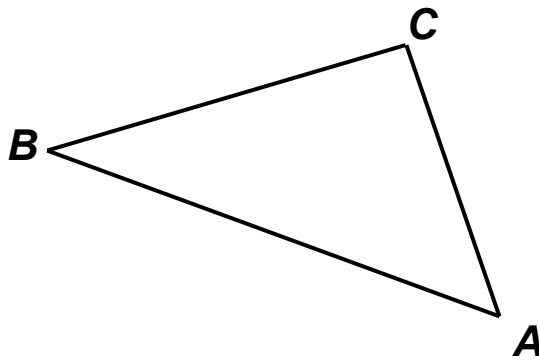
Задача 1.5. Построить пятиугольник $ABCDE$ с заданным новым положением стороны AB .



Задача 1.6. Найти центры кривизны дуг.



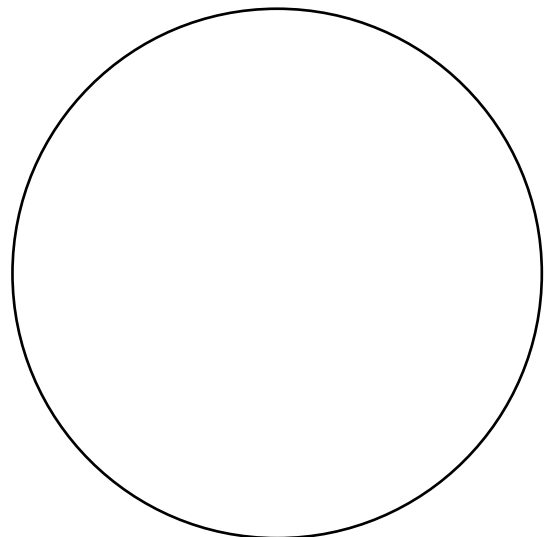
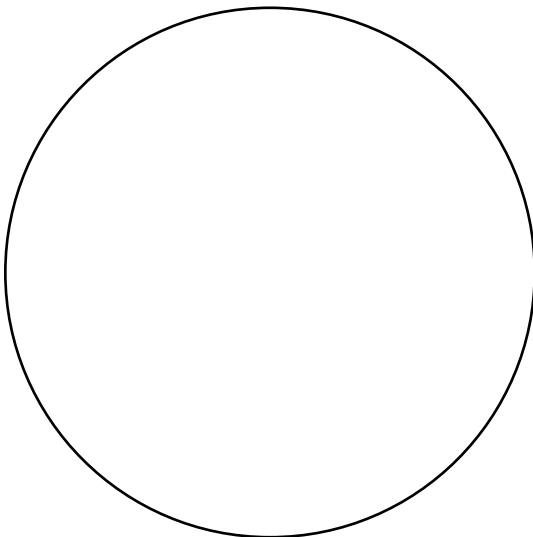
Задача 1.7. Описать окружность вокруг треугольника **ABC**.



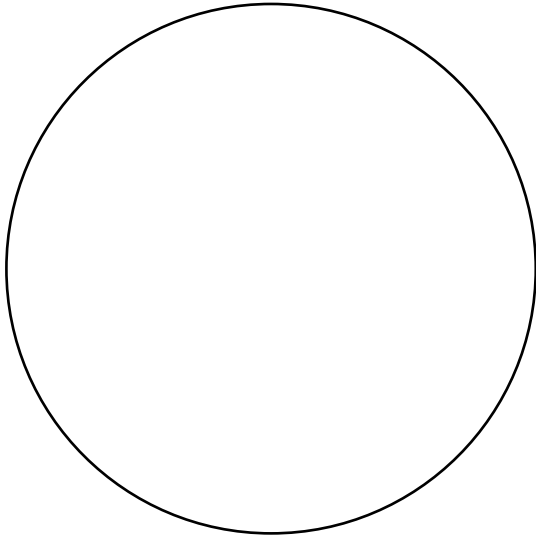
Задача 1.8. Разделить окружность с помощью циркуля и линейки.

а) на шесть равных частей

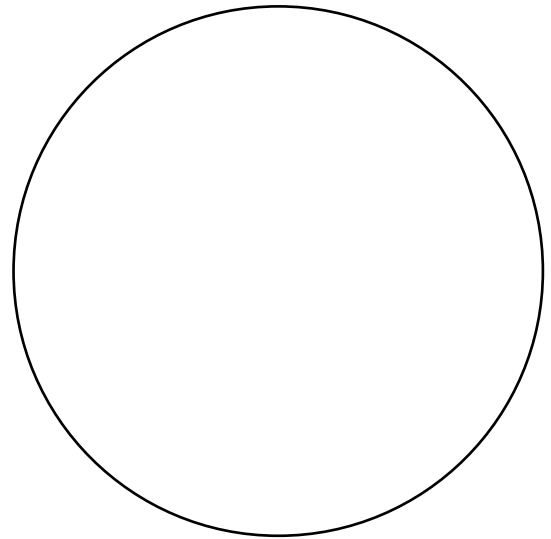
б) на восемь равных частей



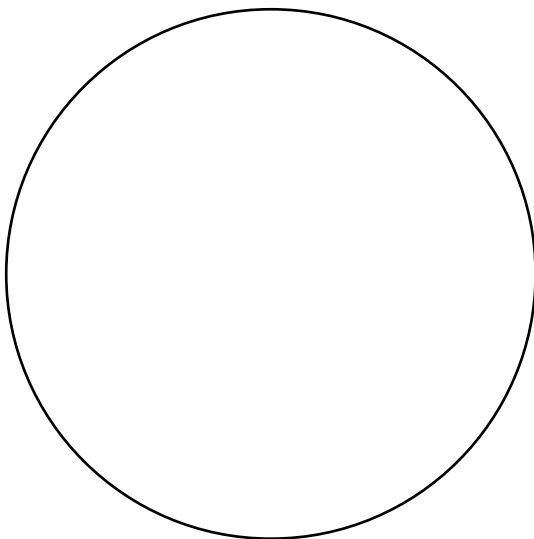
в) на пять равных частей



г) на семь равных частей

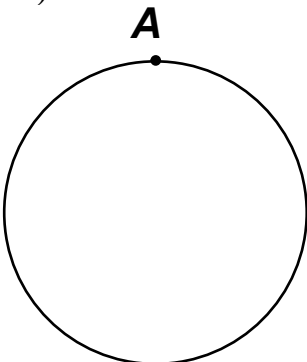


д) на десять равных частей

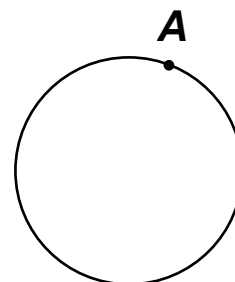


Задача 1.9. Построить касательную к окружности в точке **A**.

а)



б)



Задача 1.10. Построить правильный пятиугольник ***ABCDE*** по стороне ***AB***.



Консультации.

Центр кривизны дуги определяется как точка пересечения серединных перпендикуляров к её хордам.

Центр описанной вокруг треугольника окружности лежит на пересечении серединных перпендикуляров к его сторонам.

Центр вписанной в треугольник окружности лежит на пересечении медиан.

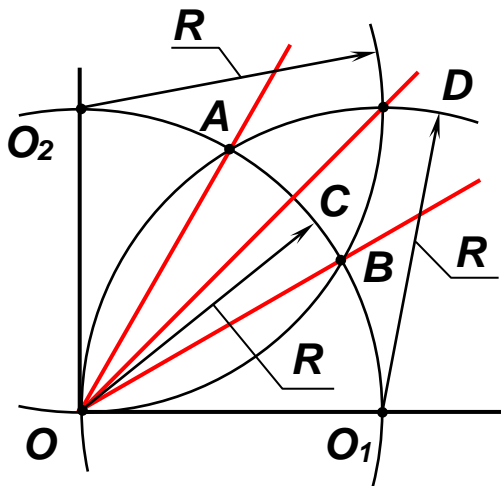


Рисунок 1 - Деление угла на равные части

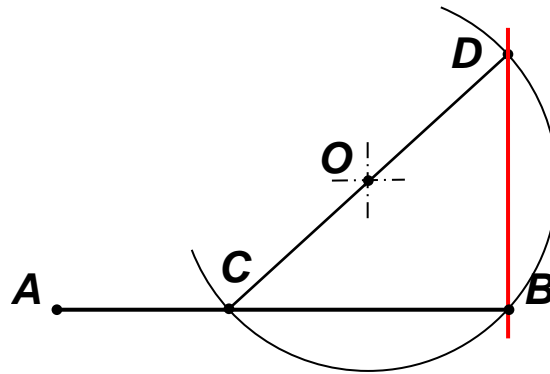


Рисунок 2 - Построение перпендикуляра к отрезку в заданной точке

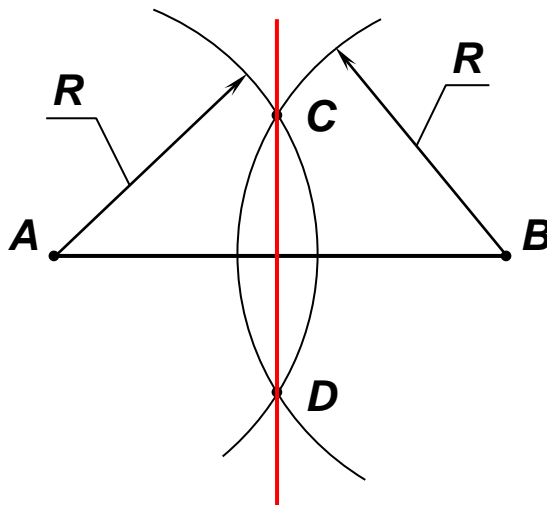


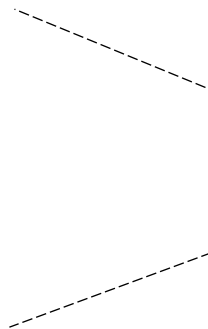
Рисунок 3 - Построение серединного перпендикуляра к отрезку

ЗАНЯТИЕ 2**Тема. Сопряжения.****КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Где расположена точка сопряжения двух дуг окружностей?
2. Что называется внешним сопряжением?
3. Что называется внутренним сопряжением?
4. Где расположен центр окружности, касательной к прямой?
5. Где расположен центр окружности, касательной к прямой в данной точке?
6. Где расположен центр окружности, касательной к двум пересекающимся прямым?
7. Где расположен центр окружности радиуса R , касательной к окружности радиуса r ?
8. Где расположен центр окружности, касательной к данной окружности в данной точке?
9. Где расположен центр окружности, касательной к двум окружностям одинакового радиуса?

Задача 2.1. Выполнить сопряжения прямых.

а)

б) $R = 15 \text{ мм}$ в) $R = 20 \text{ мм}$ 

Задача 2.2. Выполнить сопряжения окружностей (O_1, R_1) и (O_2, R_2) прямой и дугой произвольного радиуса.

а) $R_1 = 50$ мм, $R_2 = 20$ мм

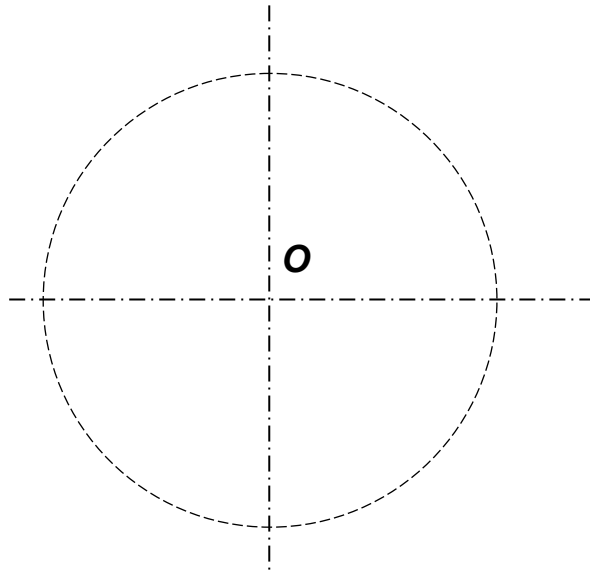
б) $R_1 = 20$ мм, $R_2 = 30$ мм

O_1
•

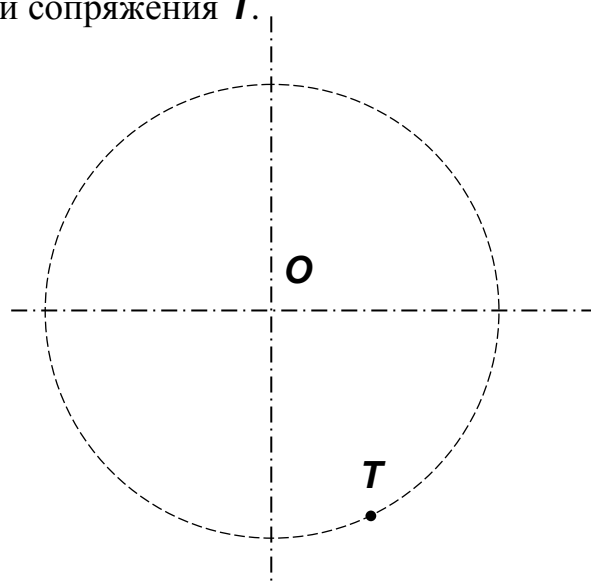
O_1 O_2
• •

O_2
•

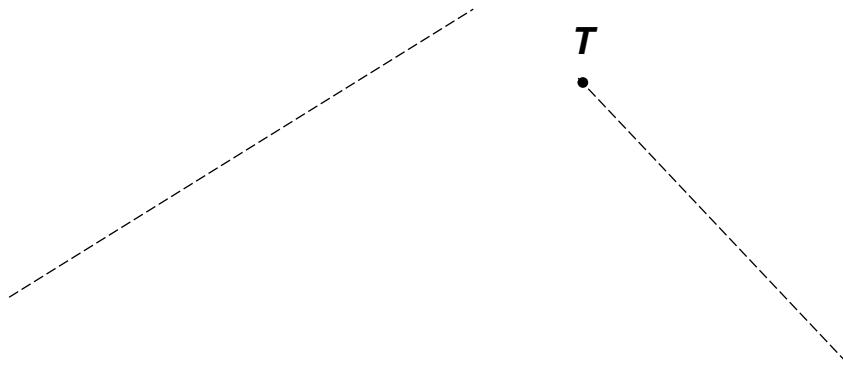
Задача 2.3. Выполнить сопряжения дуги и прямой дугами окружностей радиусов $R_1 = 15$ мм, и $R_2 = 90$ мм.



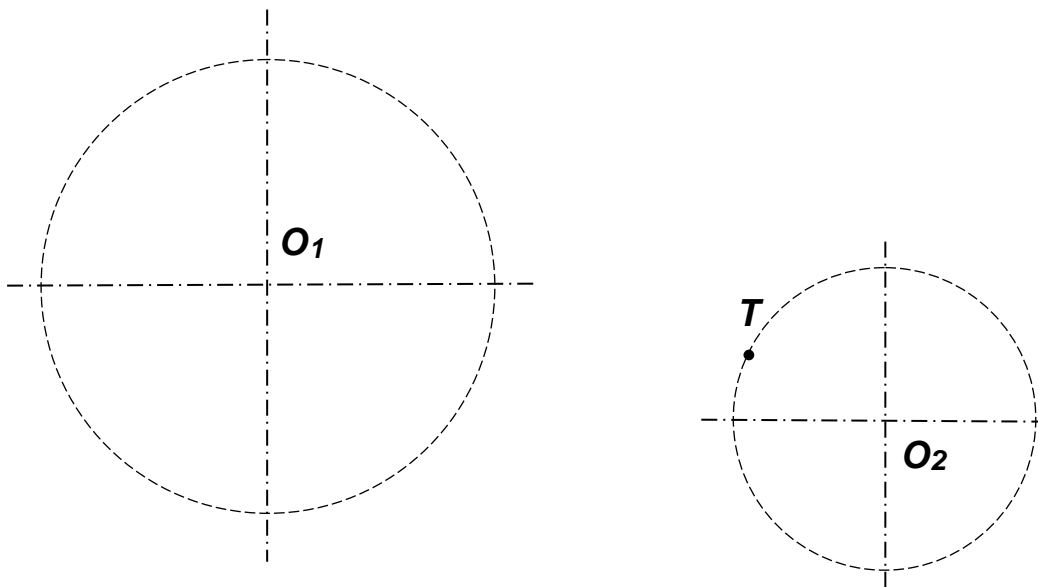
Задача 2.4. Выполнить внешнее и внутреннее сопряжения дуги и прямой с заданной точкой сопряжения T .



Задача 2.5. Выполнить сопряжения двух прямых с заданной точкой сопряжения T .

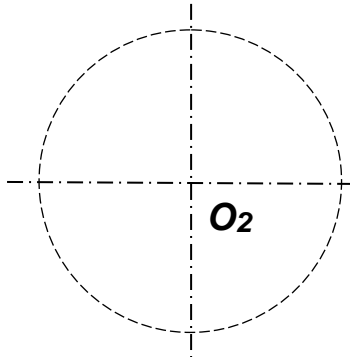


Задача 2.6. Выполнить сопряжения двух окружностей с заданной точкой сопряжения T .

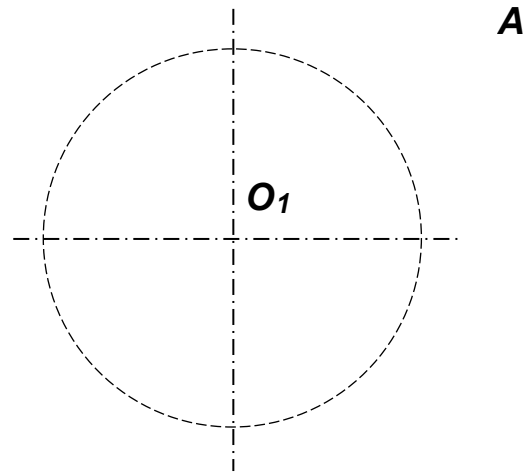


Задача 2.7. Построить касательные к окружностям

1) *через точку **B***



2) *через точку **A***



Консультации.

Прямая, касательная окружности, составляет прямой угол с радиусом, проведённым в точку касания.

Геометрическим местом центров окружностей, касательных к данной прямой, является прямая параллельная данной прямой и отстоящая от неё на величину радиуса.

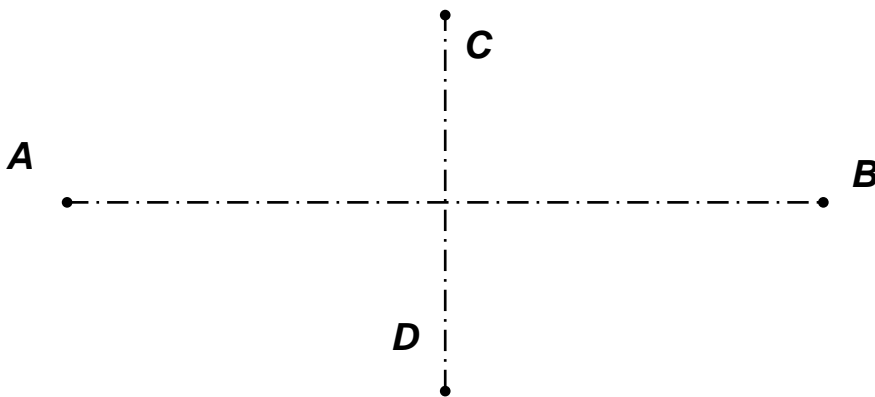
Точка касания двух окружностей (сопряжения) находится на линии, соединяющей их центры.

ЗАНЯТИЕ 3**Тема. Плоские кривые.**

Задача 3.1. Построить коробовую кривую по ширине **AB** = 100мм и высоте **AB** = 40 мм.



Задача 3.2. Построить овал по осям **AB** и **CD**.

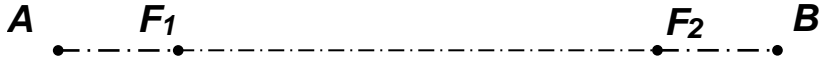


Задача 3.3. Построить овоидальную кривую размера **AB**.

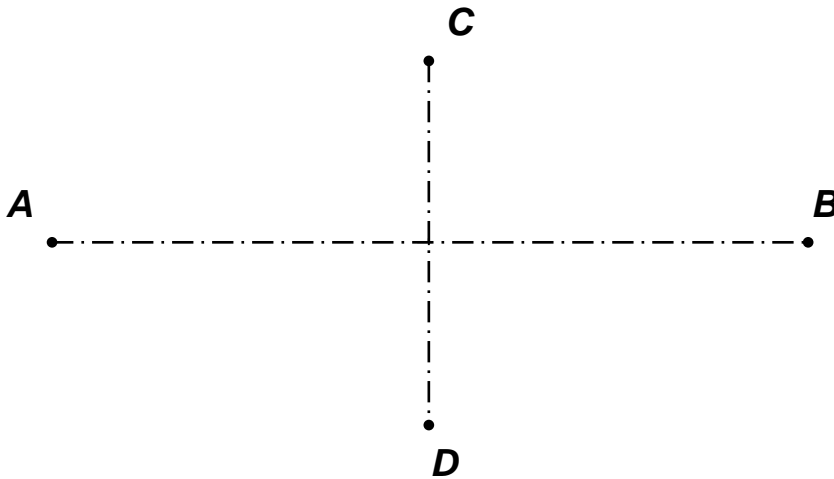


Задача 3.4. Построить эллипс

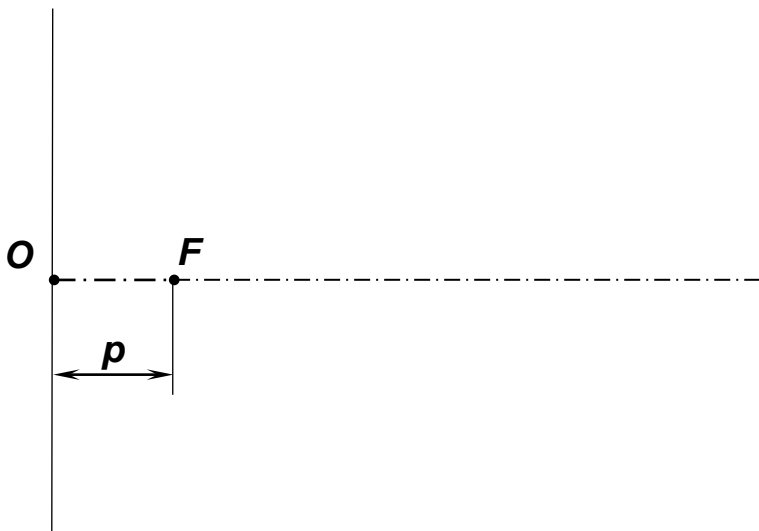
а) по фокусному расстоянию $F_1 F_2$ и большой оси AB .



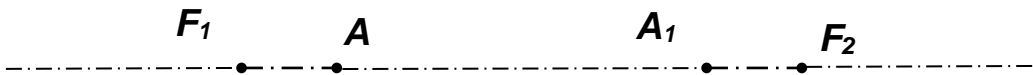
б) по большой AB и малой CD осям.



Задача 3.5. Построить параболу по заданному параметру p .



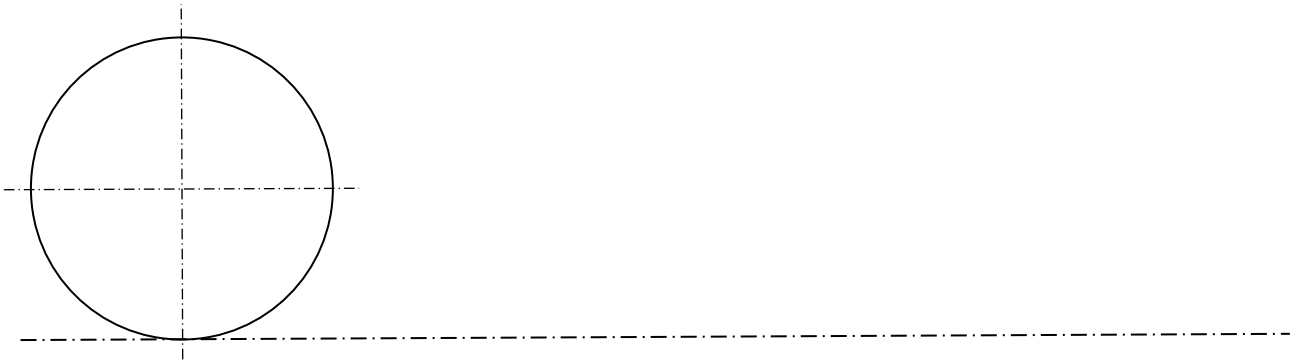
Задача 3.6. Построить гиперболу по заданной действительной оси AA_1 и фокусам F_1 и F_2 .



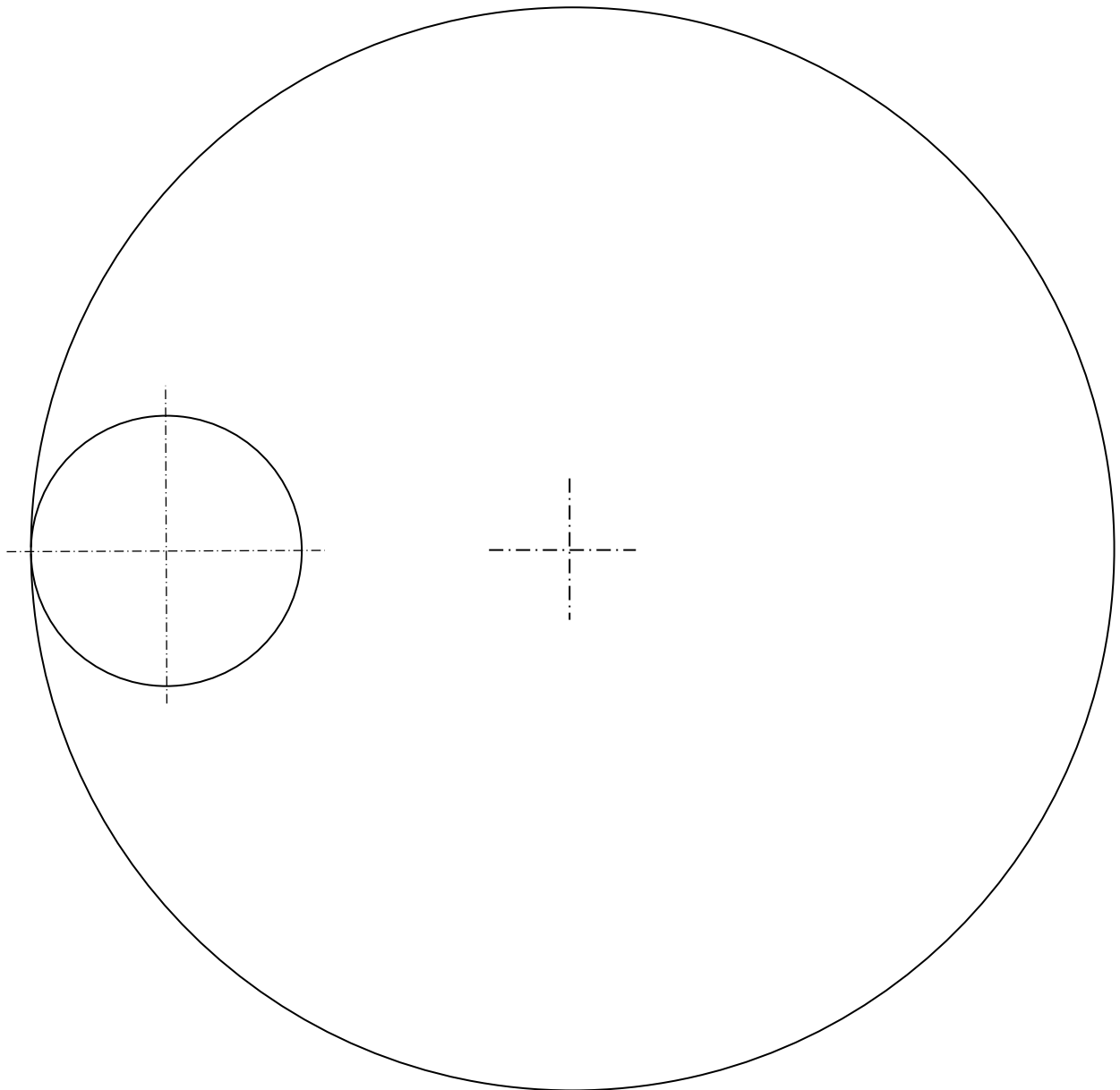
Задача 3.7. Построить из точки O по заданному шагу спираль Архимеда.



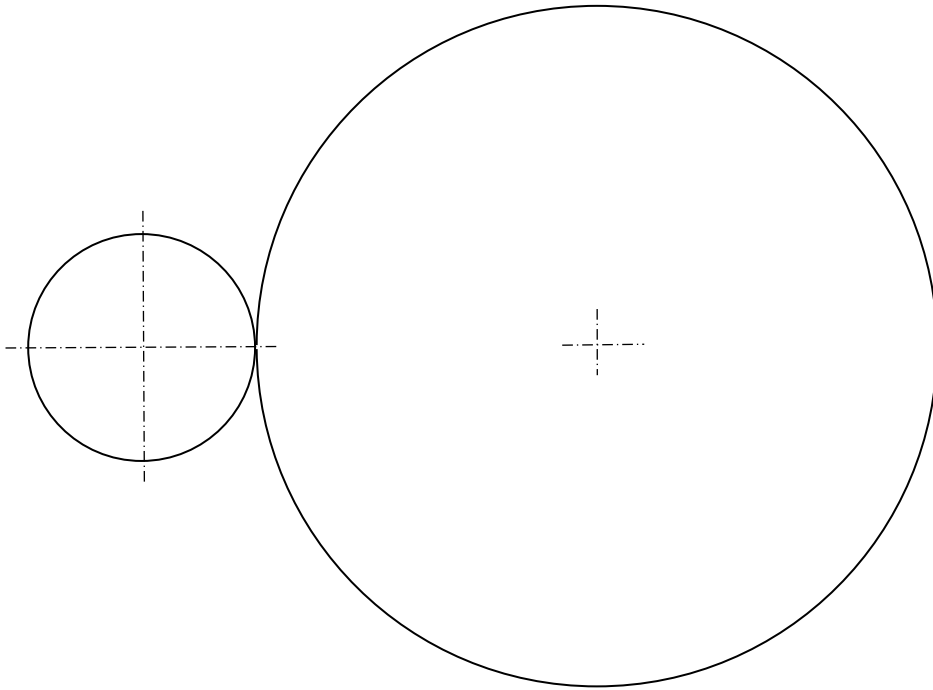
Задача 3.8. Построить циклоиду по заданной окружности.



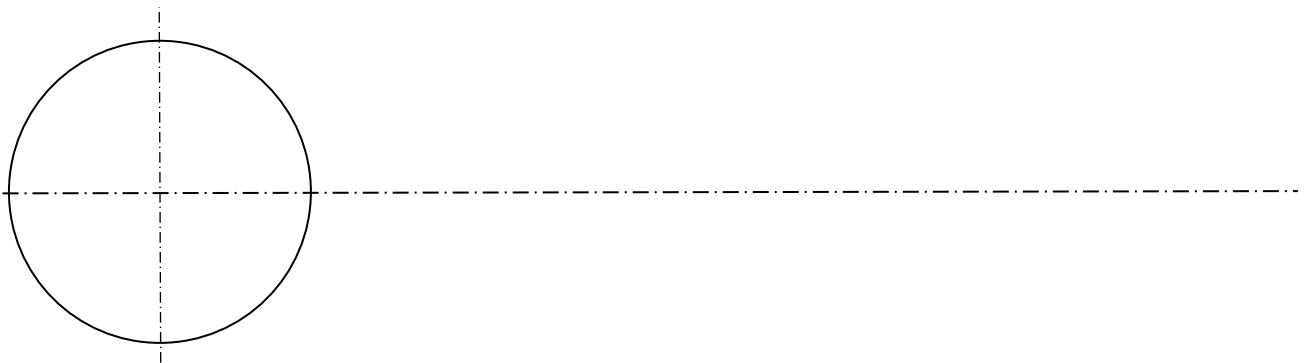
Задача 3.9. Построить гипоциклоиду по заданным окружностям.



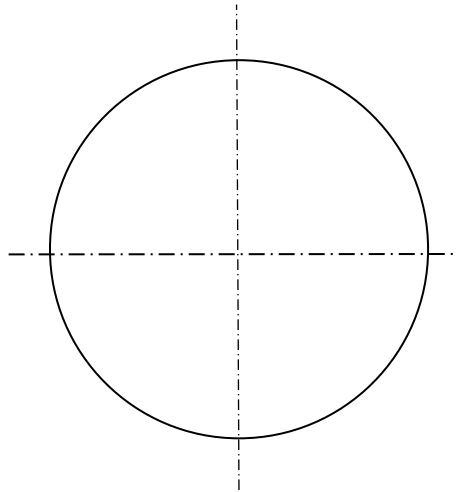
Задача 3.10. Построить эпициклоиду по заданным окружностям.



Задача 3.11. Построить синусоиду.



Задача 3.12. Построить эвольвенту окружности.



Консультации

Эллипс – множество точек плоскости, сумма расстояний каждой из которых до двух точек плоскости, называемых фокусами постоянна (равна $2a$ – большой оси эллипса).

Гипербола - множество точек плоскости, разность расстояний которых до двух данных точек той же плоскости (фокусов) есть величина постоянная (равна $2a$ – действительной оси гиперболы).

Парабола - множество точек плоскости, равноудалённых от точки (фокуса) и прямой (директрисы), лежащих в этой же плоскости. Величина p – расстояние между фокусом и направляющей называется параметром параболы.

Спираль Архимеда – плоская кривая, являющаяся траекторией движения точки, вращающейся относительно неподвижной точки с постоянной угловой скоростью и равномерно удаляющейся от неё.

Завитки - это плоские кривые, составленные из дуг окружностей, проводимых и двух и более центров.

Циклоида – плоская кривая, образованная траекторией движения точки круга, катящегося без скольжения по плоскости.

Эпициклоида – плоская кривая, образованная траекторией движения точки круга, катящегося без скольжения по внешней стороне другого круга.

Гипоциклоида – плоская кривая, образованная траекторией движения точки круга, катящегося без скольжения по внутренней стороне другого круга.

Спираль Архимеда – плоская кривая, образованная движением точки, совершающей равномерное вращательное движение вокруг центра O и равномерное поступательное движение по радиусу от центра вращения.

Эвольвента – траектория движения точки прямой, перекатывающейся без скольжения по окружности.

Коробовая кривая – это кривая составленная из взаимно сопряженных дуг окружностей различного диаметра.

Сопряжения – это плавные переходы от одной линии к другой.

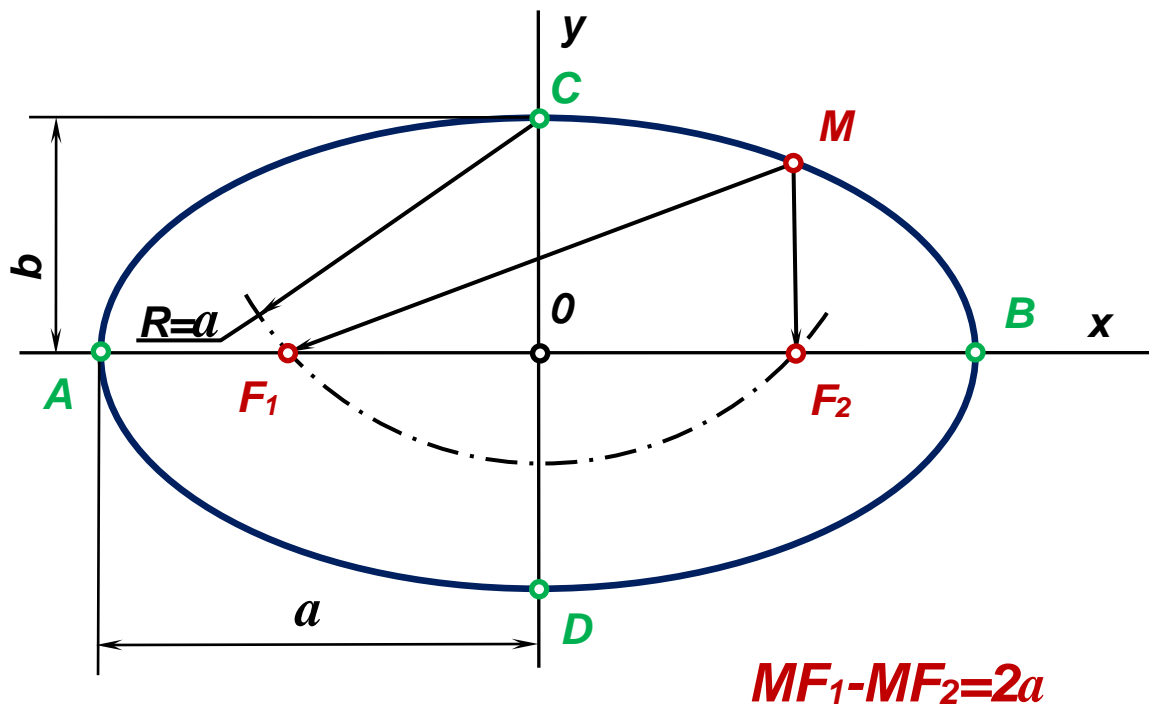


Рисунок 4 – Пример построения эллипса

Эллипс - множество точек M плоскости (рис. 4), сумма расстояний MF_1 и MF_2 которых до двух определенных точек F_1 и F_2 (фокусов эллипса) постоянна

$$MF_1 + MF_2 = 2a.$$

Середина O отрезка F_1F_2 (фокусного расстояния) называется центром эллипса;

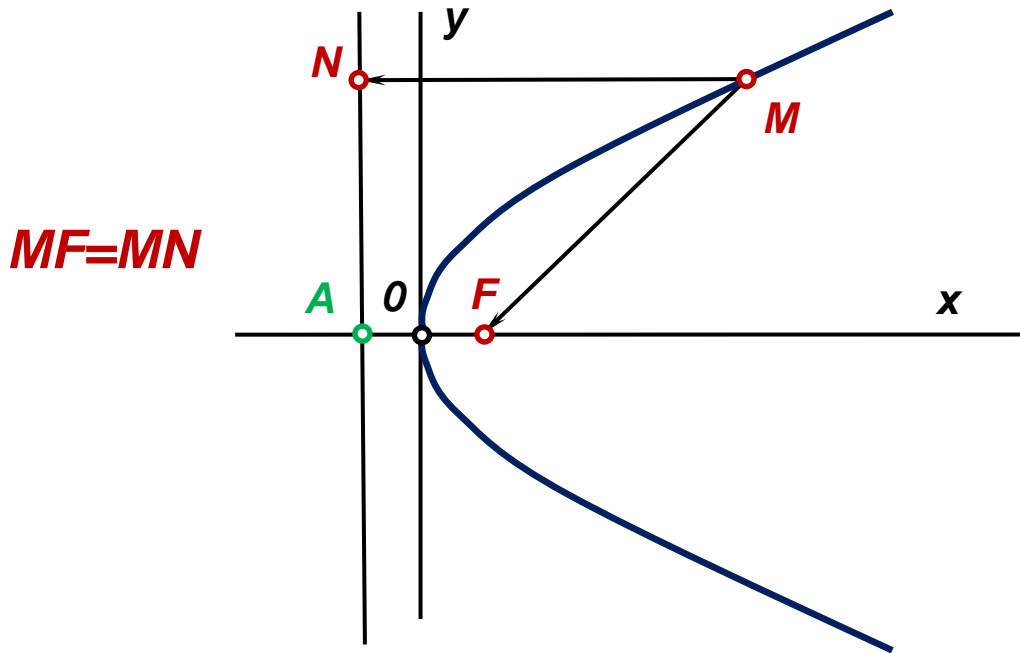


Рисунок 5 – Пример построения параболы

Парабола – кривая второго порядка, прямая пересекает ее в двух точках (рис.5). При этом парабола может быть определена как:

-множество точек $M(xy)$ плоскости, расстояние FM которых до определенной точки F этой плоскости (фокуса параболы) равно расстоянию MN до определенной прямой AN - директрисы параболы;

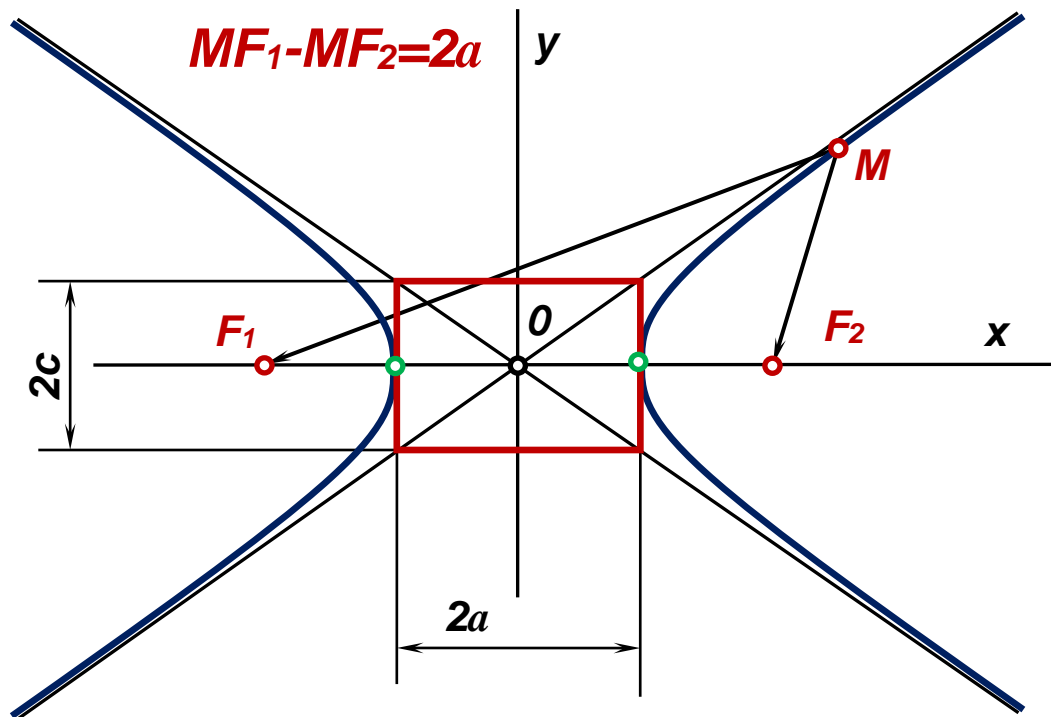


Рисунок 6 – Пример построения гиперболы

Гипербола - множество точек M плоскости (рис.б) разность (по абсолютной величине) расстояний F_1M и F_2M которых до двух определенных точек F_1 и F_2 этой плоскости (фокусов гиперболы) постоянна:

$$F_1M - F_2M = 2a < 2c$$

Середина O отрезка F_1F_2 (фокусного расстояния) называется центром гиперболы;

Рассмотренные плоские кривые линии, получаемые при пересечении поверхности прямого кругового конуса плоскостями, различно расположенными по отношению к оси конуса, называют **кривыми конических сечений**.

Гипербола – линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и параллельная оси конуса.

Парабола - линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и параллельная какой либо касательной плоскости этого конуса.

Эллипс - линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и пересекающей все прямолинейные образующие одной полости этого конуса;

Трансцендентные кривые в отличие от алгебраических могут иметь бесконечное количество точек пересечения с прямой, точек перегиба, вершин и т.п.

Синусоида - трансцендентная плоская кривая линия (рис.7.5), получающаяся в результате двойного равномерного движения точки - поступательного и возвратно-поступательного в направлении, перпендикулярном первому.

Синусоида - график функции $y = \sin x$, непрерывная кривая линия с периодом $T = 2\pi$.

Наряду с этим у трансцендентных кривых могут быть характерные точки, которых не существует у алгебраических кривых: точки прекращения, угловые точки (точки излома), асимптотические точки. Простейшими примерами трансцендентных кривых служат графики функций логарифмической, показательной тригонометрической, а также все спирали, циклоиды и т.п.

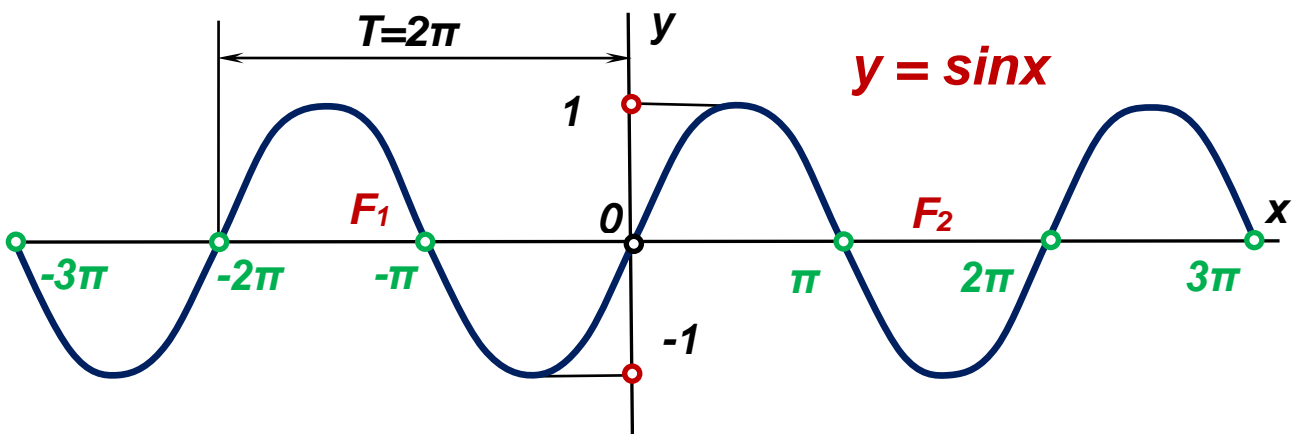
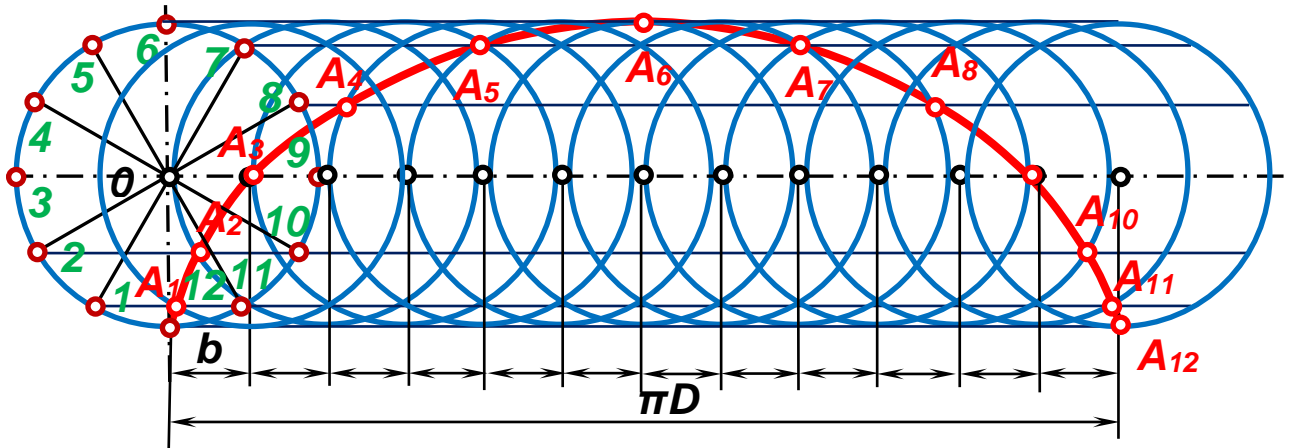


Рисунок 7 – Пример построения синусоиды



$$b = \pi D / 12$$

Рисунок 8 – Пример построения циклоиды

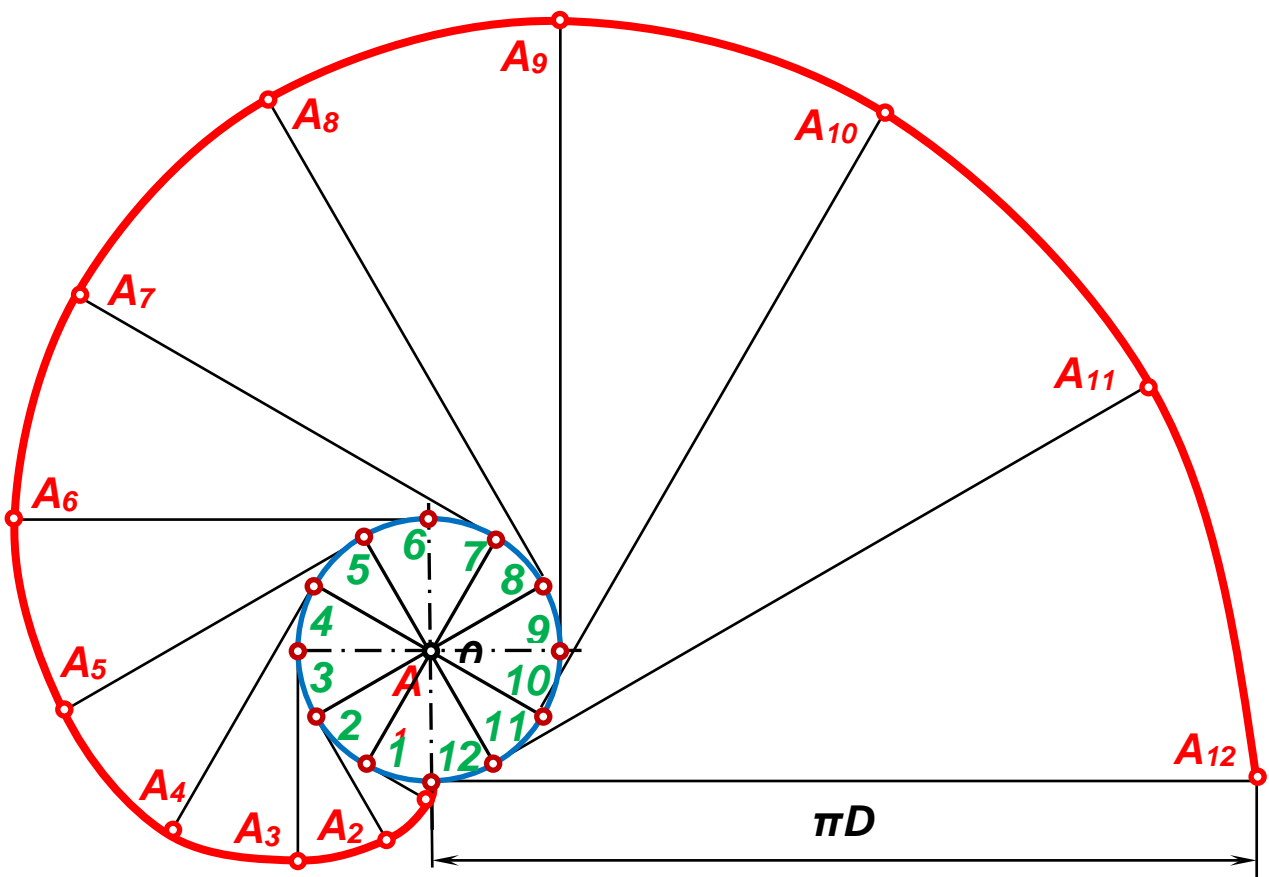


Рисунок 8 – Пример построения эвольвенты

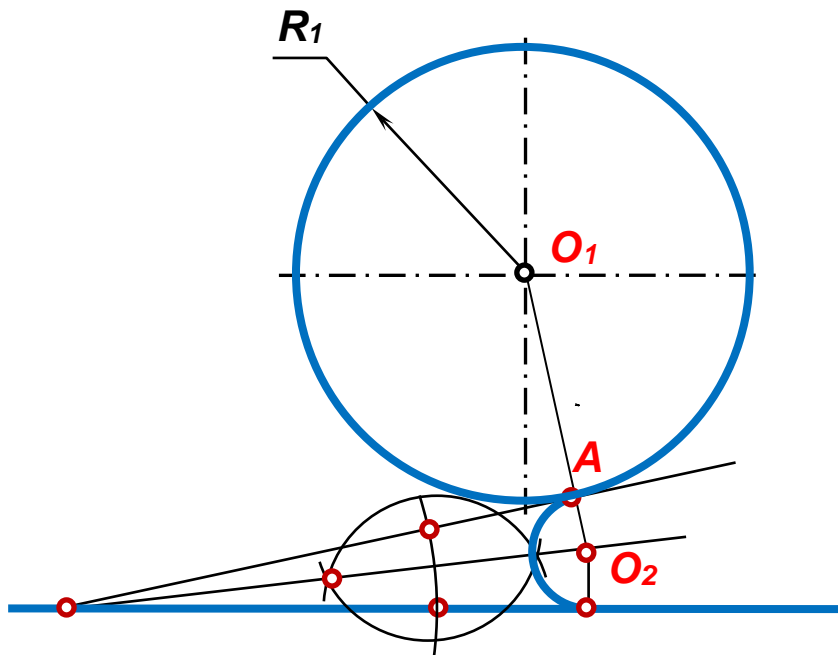


Рисунок 9 – Пример построения внешнего сопряжения дуги и прямой в заданной точке **A**.

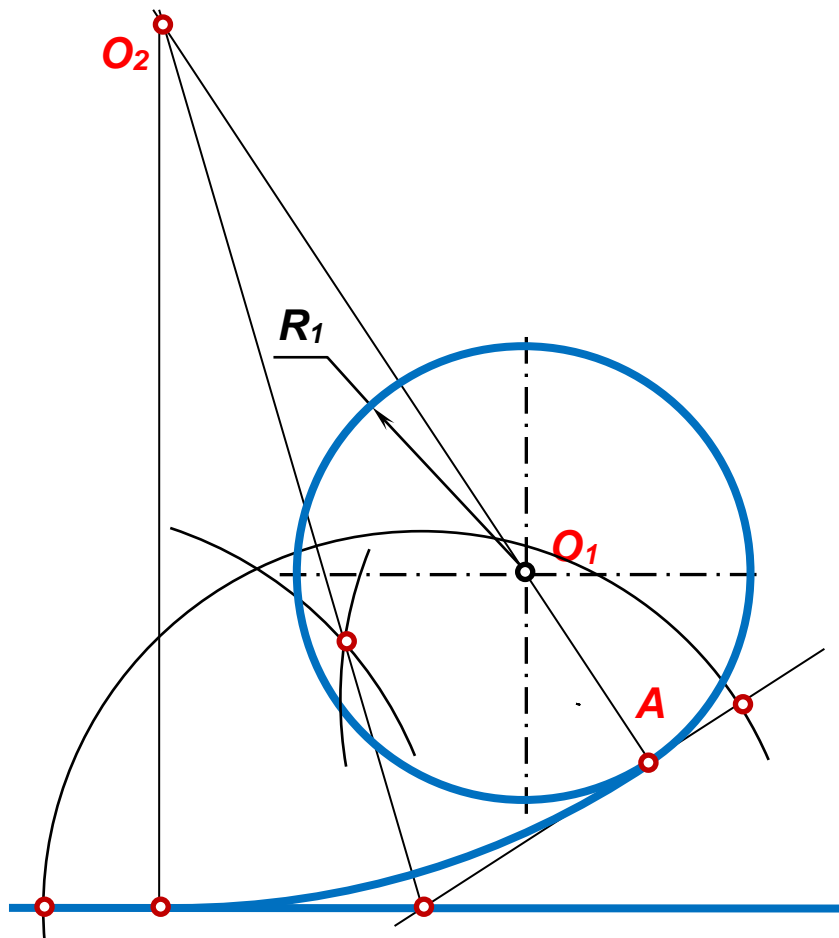


Рисунок 10 – Пример построения внутреннего сопряжения дуги и прямой в заданной точке **A**.

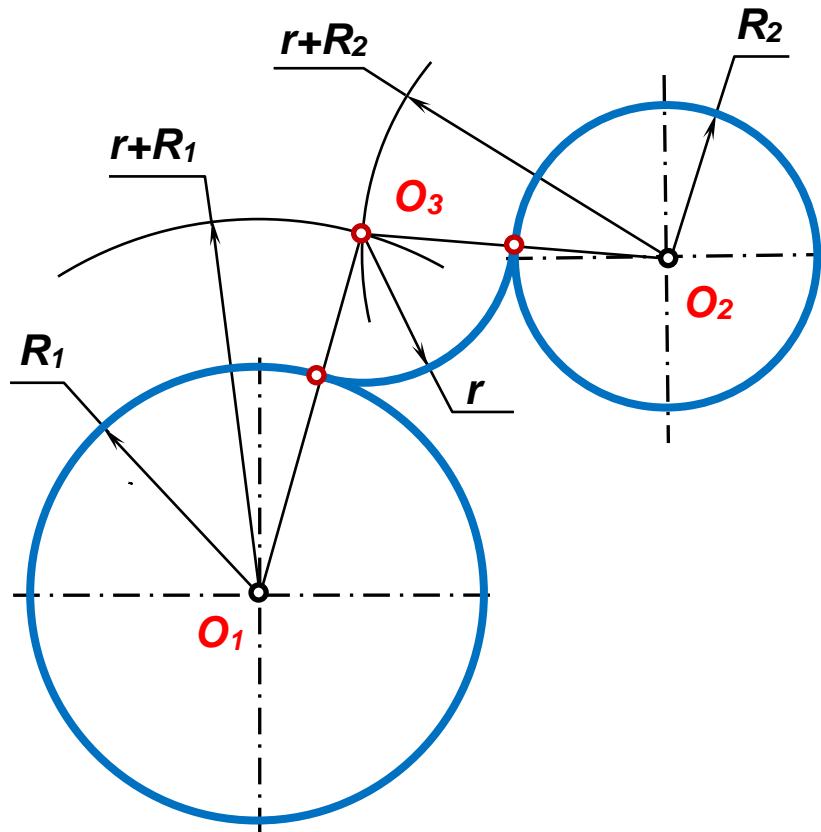


Рисунок 11 – Пример построения внешнего сопряжения двух дуг дугой заданного размера

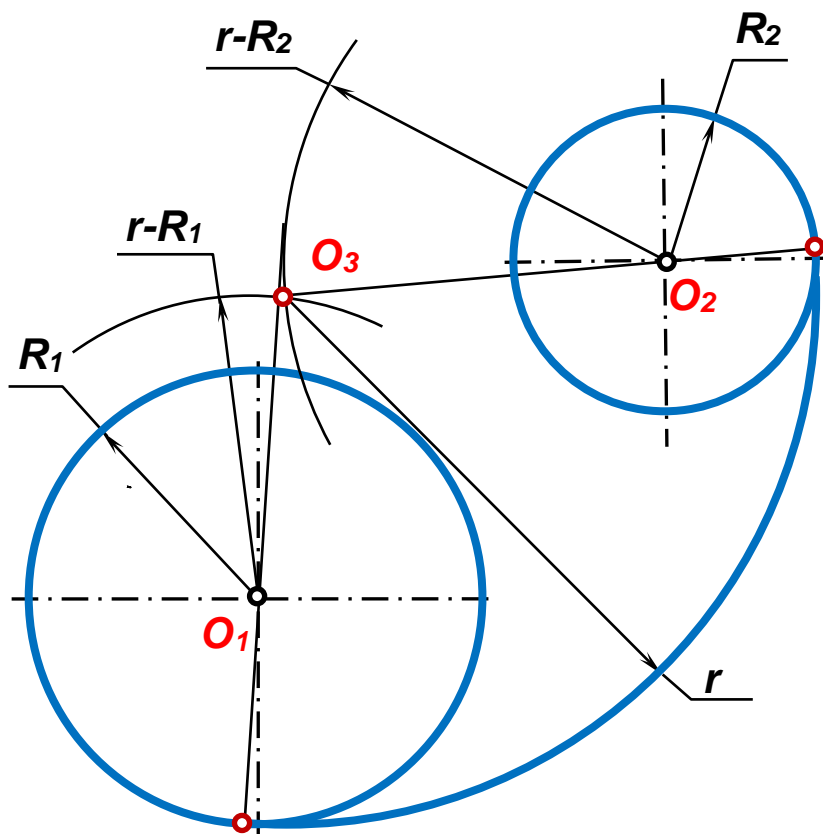


Рисунок 12 – Пример построения внешнего сопряжения двух дуг дугой заданного размера

ЗАНЯТИЕ 4

Тема. Задание точки на комплексном чертеже Монжа.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Как расположены на эюре проекции одной и той же пространственной точки относительно:

- а) оси проекции xO
- б) оси проекции yO
- в) оси проекции zO

2. Каков порядок построения по двум заданным проекциям точки третьей?

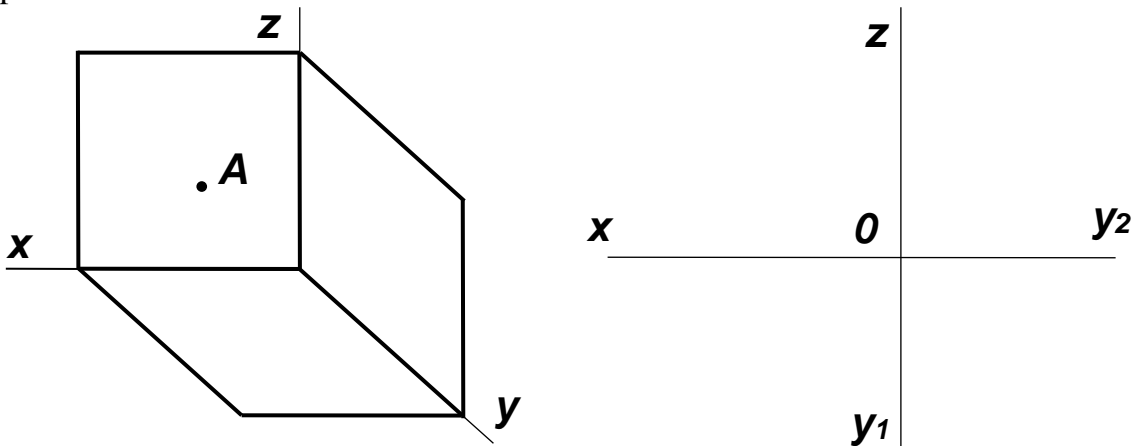
3. Чем измеряется на эюре расстояние от точки в пространстве до плоскостей проекции?

- а) горизонтальной Π_1 ;
- б) фронтальной Π_2 ;
- г) профильной Π_3 .

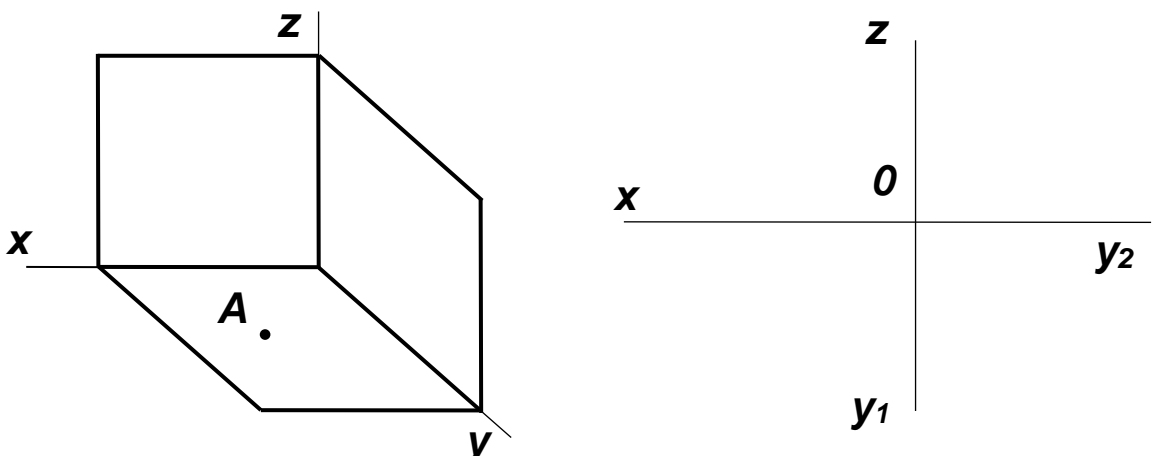
4. Какие координаты определяют горизонтальную, фронтальную и профильную проекции точки?

ЗАДАЧИ.

Задача 4.1. Постройте проекции точки A , находящейся в первом октанте пространства.



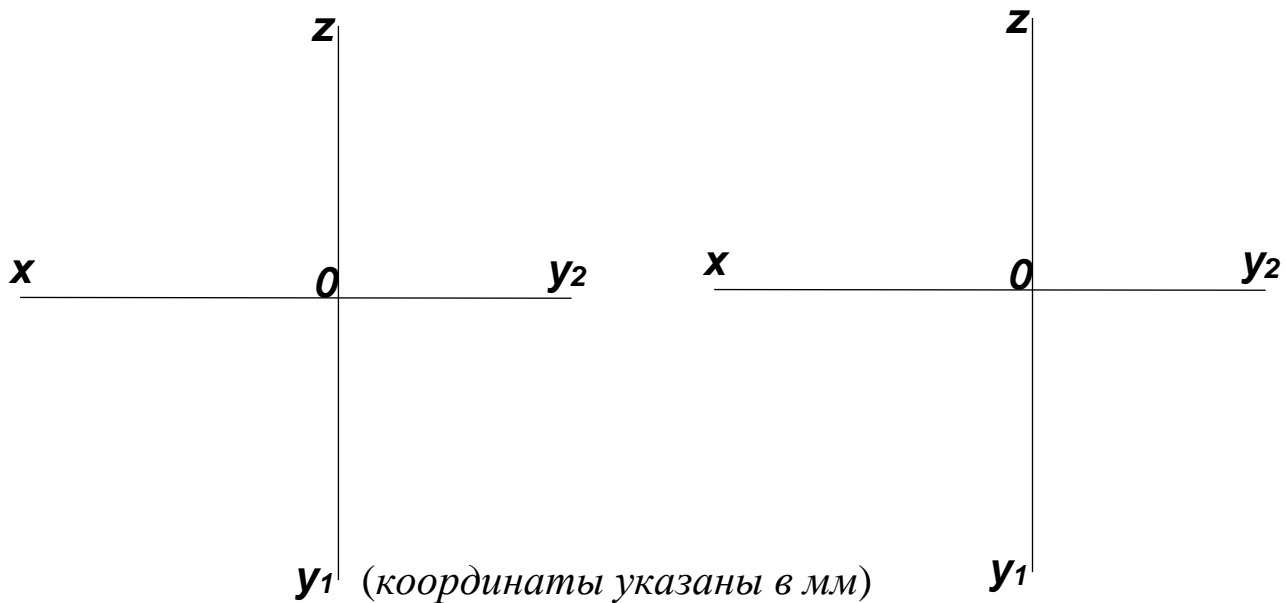
Задача 4.2. Постройте проекции точки A при условии, что $Z_A=0$



Задача 4.3. Постройте эпюр точки **A** по заданным координатам:

A (15, 25, 35)

A (35, 25, 0)



КОНСУЛЬТАЦИИ

При построении проекций точек на пространственном чертеже перпендикуляры, опускаемые из данной точки на плоскости проекции, проводят параллельно осям **x₀**, **y₀**, **z₀**.

ЗАНЯТИЕ 5

Тема. Задание прямой на комплексном чертеже Монжа.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

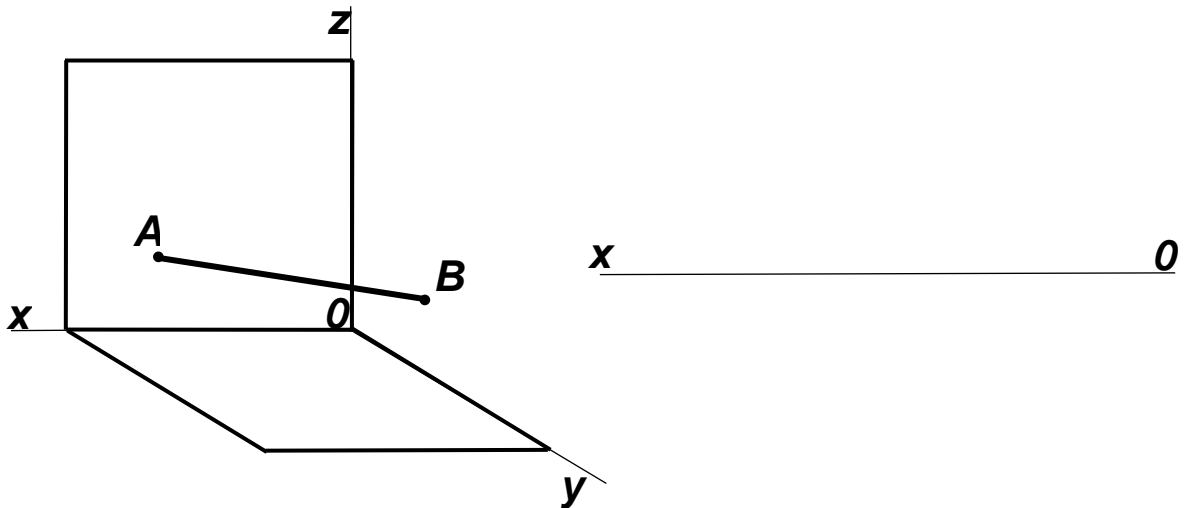
1. Что характерно на эюре для:

- а) прямых общего положения;
- б) прямых, параллельных одной из плоскостей проекций;
- в) прямых, перпендикулярных одной из плоскостей проекций.

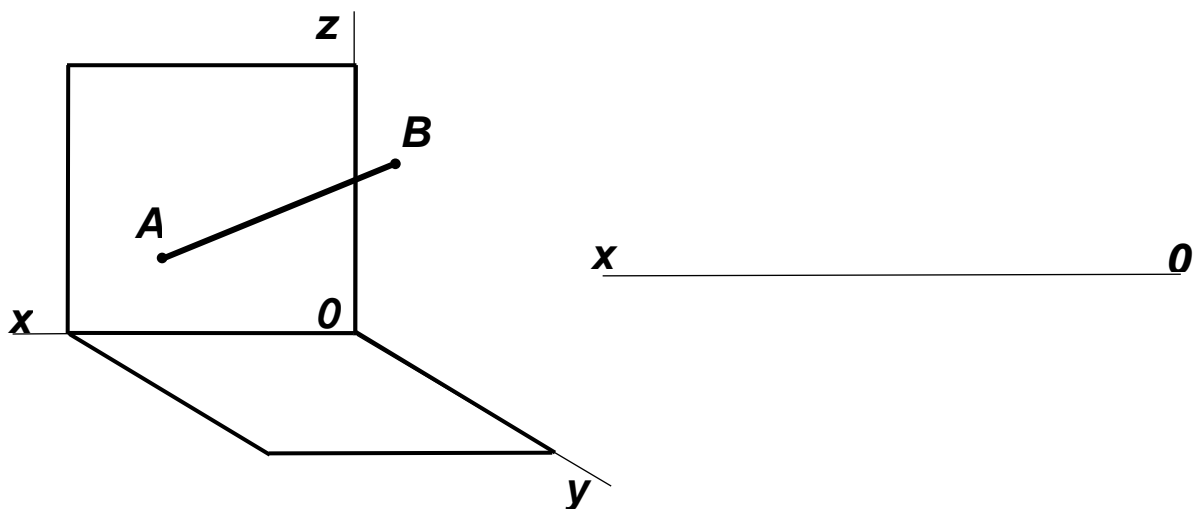
ЗАДАЧИ

Задача 5.1. Постройте проекции прямой **AB** на пространственном чертеже и выполните ее эюр, если прямая:

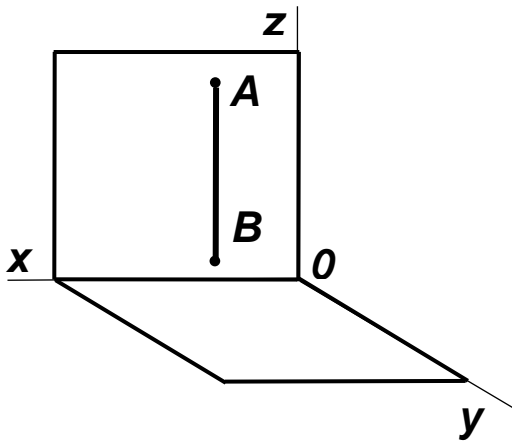
- 1) параллельна горизонтальной плоскости проекций (Π_1)



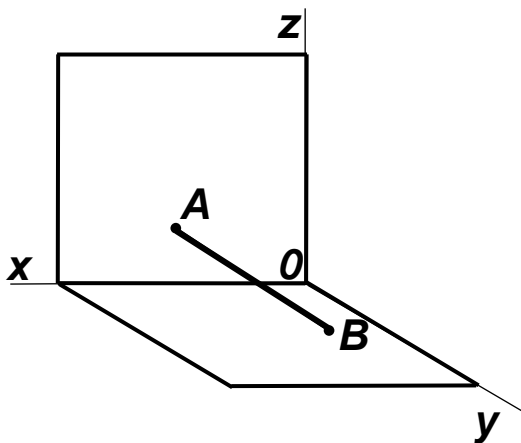
- 2) параллельна фронтальной плоскости проекций (V):



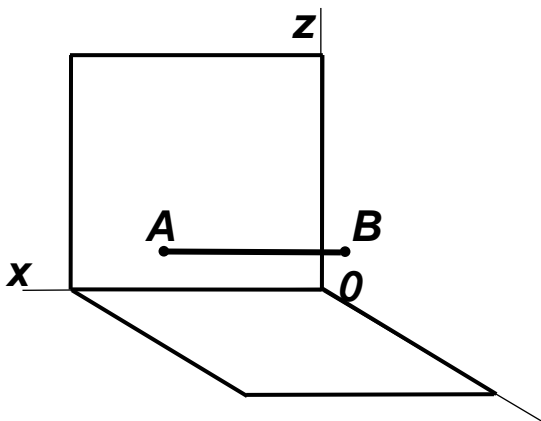
3) перпендикулярна горизонтальной плоскости проекции:



4) перпендикулярна фронтальной плоскости проекций:



5) параллельна оси проекций ($x0$):



Задача 5.2. Постройте эпюр отрезка **AB** если он:

- x** _____ **0** 1) общего положения, находится во второй четверти пространства и упирается концом **A** в фронтальную плоскость проекций.
- x** _____ **0** 2) находится в первой четверти пространства, расположен параллельно фронтальной плоскости проекций и упирается концом **A** в горизонтальную плоскость проекций.
- x** _____ **0** 3) лежит произвольно на передней доле горизонтальной плоскости проекций.
- x** _____ **0** 4) находится в третьей четверти пространства, расположен перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций и его конец **A** одинаково удален от плоскостей проекций **Π_1** и **Π_2** .

ЗАНЯТИЕ 6

Тема: Взаимное положение точки прямой.

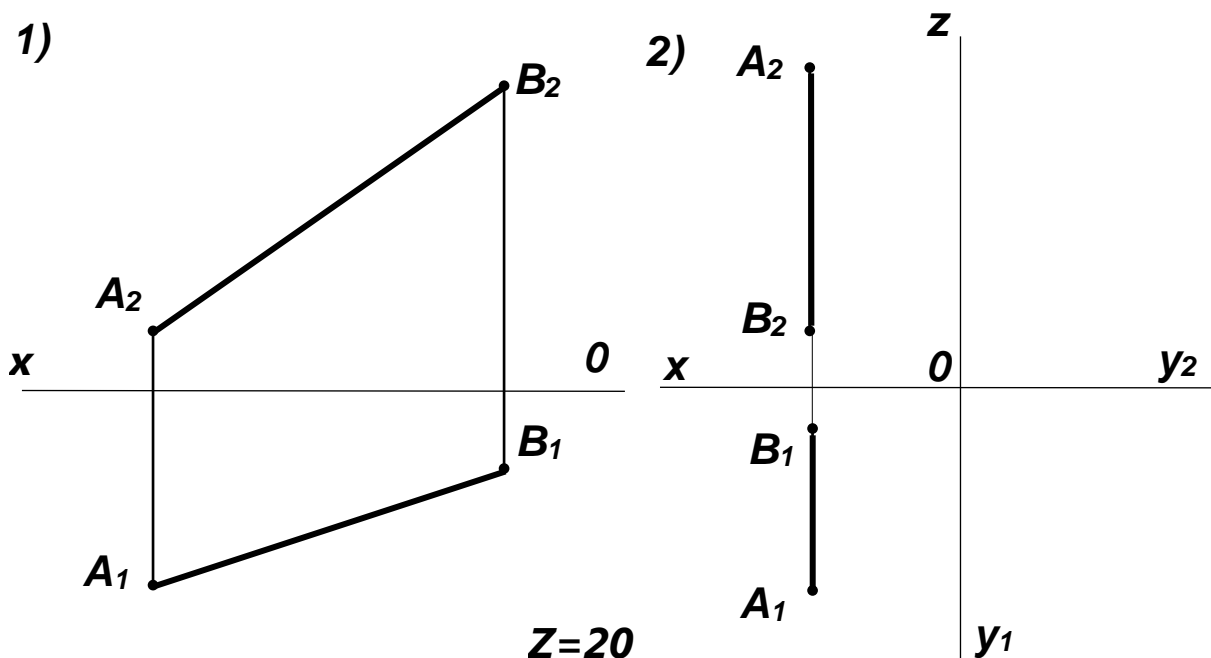
Взаимное положение двух прямых

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определить взаимную принадлежность точки и прямой по эюру?
2. Как построить по одной заданной проекции точки, принадлежащей профильной прямой, недостающие ее проекции?
3. Что характерно для эюра прямых?
 - а) параллельных;
 - б) пересекающихся.
4. Как определить по эюру, что прямые скрещивающиеся?
5. Как по эюру определить взаимное положение двух профильных прямых?

ЗАДАЧИ

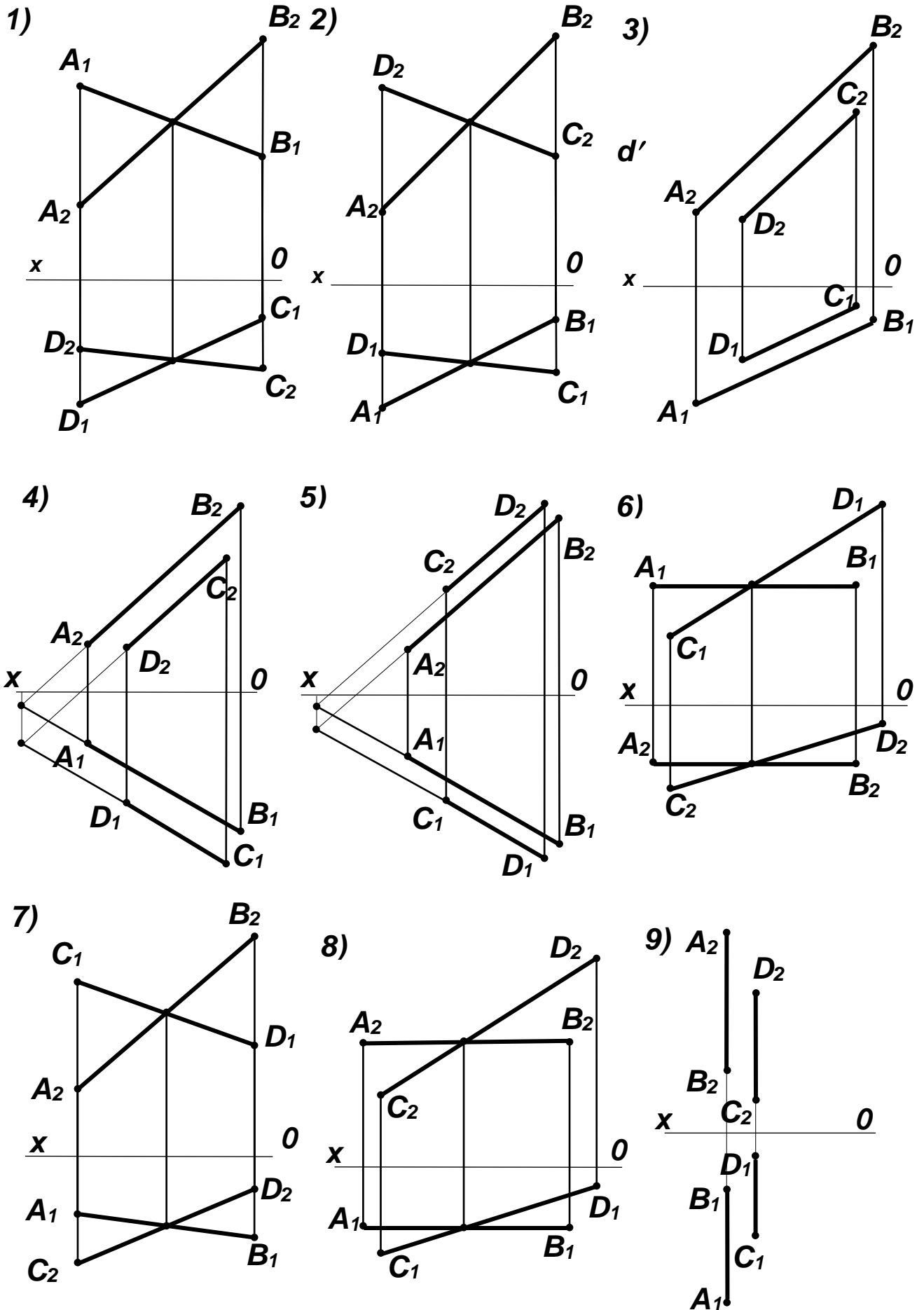
Задача 6.1 (1,2) Найти на прямой **AB** точку, если дано ее расстояние от какой-либо плоскости проекций.



КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 6.1 (1,2) Используя заданную координату, постройте одну проекцию точки, остальные проекции точки найдите на одноимённых проекциях прямой, как недостающие при одной заданной.

Задача 6.2 (1-9) Определить взаимное положение прямых по эппюру.



Занятие 7Тема: Следы прямойКОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется следом прямой?
2. Как располагаются на эюре проекции:
 - а) фронтального следа прямой;
 - б) горизонтального следа прямой;
3. Какие прямые имеют в системе плоскостей проекций Π_1, Π_2, Π_3 :
 - а) только один след?
 - б) два следа?
 - в) три следа?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

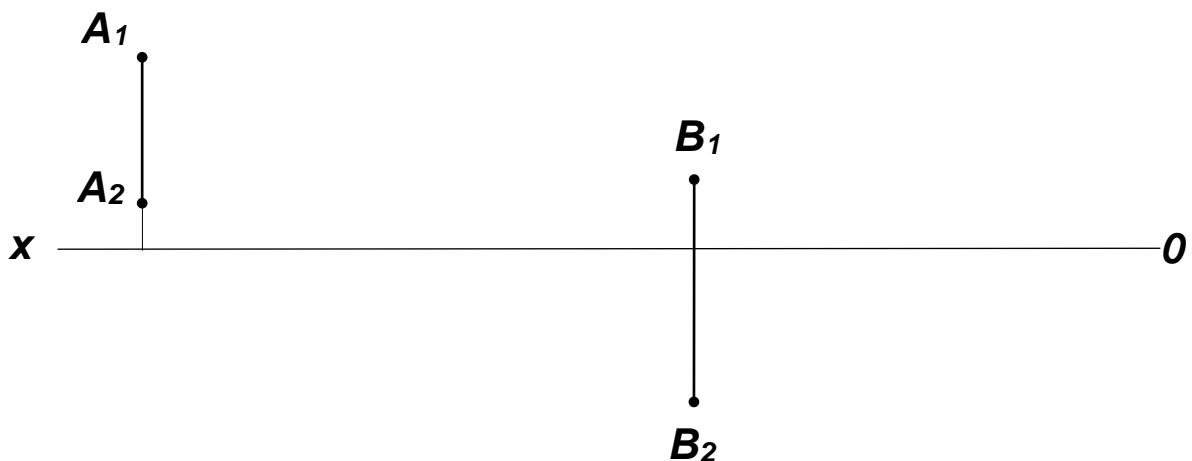
Задача 7.1. Постройте проекции прямой по заданным ее следам.

A_2 •

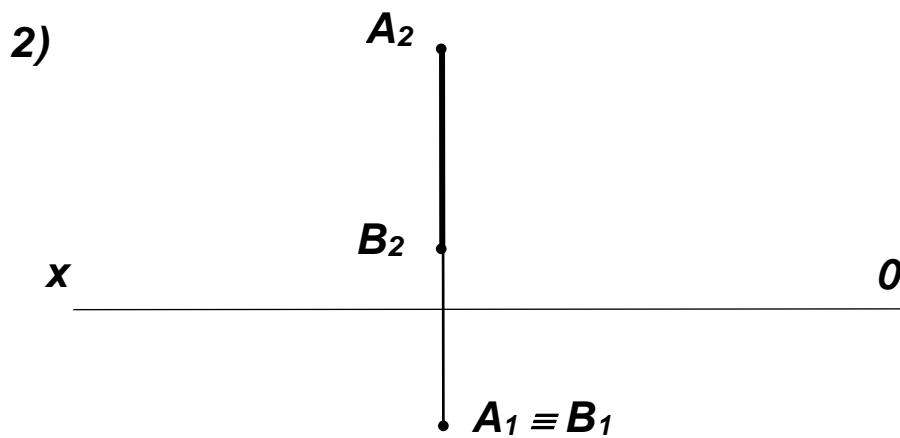
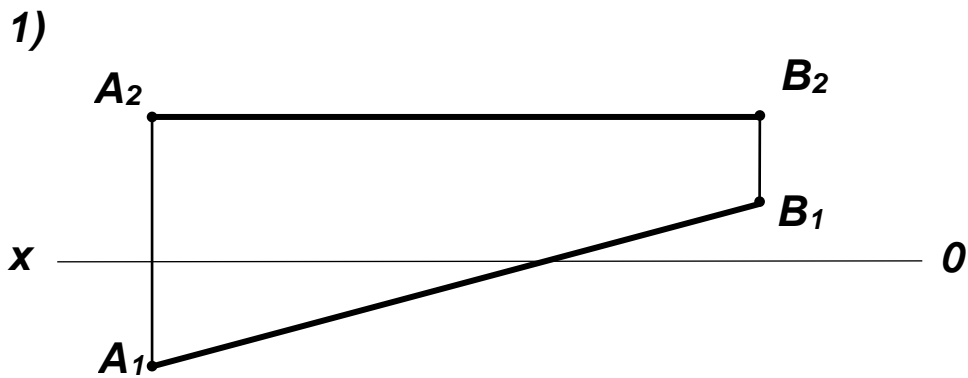
x _____ 0

• B_1

Задача 7.2. Найдите проекции следов прямой, проходящей через точки A и B .



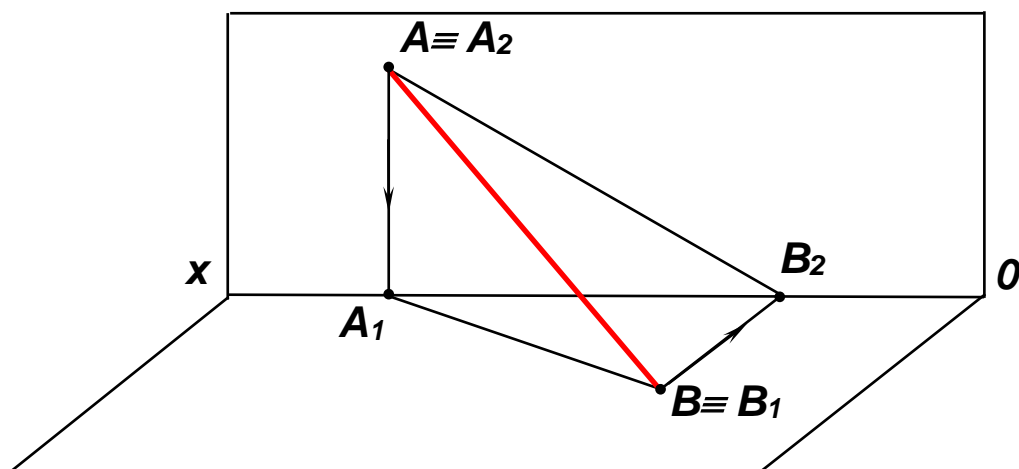
Задача 7.3 (1,2) Найдите проекции следов прямой **AB**.



КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 7.1. 1) Найдите по две проекции каждого из заданных следов прямой, исходя из того, что след прямой есть точка, лежащая в плоскости проекций. Соедините одноименные проекции следов прямой.

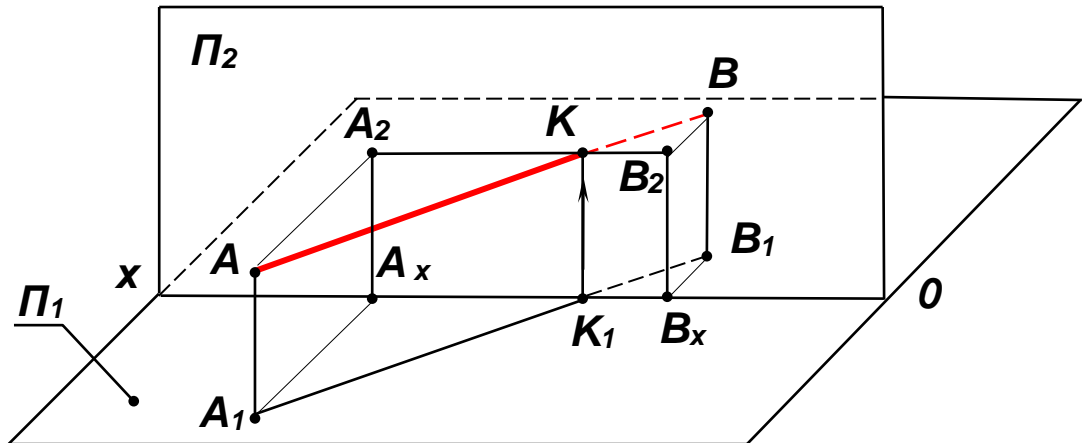
2) Графический ключ решения задачи.



К задаче 7.2. Соедините одноименные проекции точек **A** и **B** и найдите проекции следов заданной прямой.

К задаче 7.3. 1) До решения задачи представьте себе в пространстве положения заданной прямой и определите количество следов в системе плоскостей проекций Π_1, Π_2 .

2) Графический ключ решения задачи.



Занятие 8

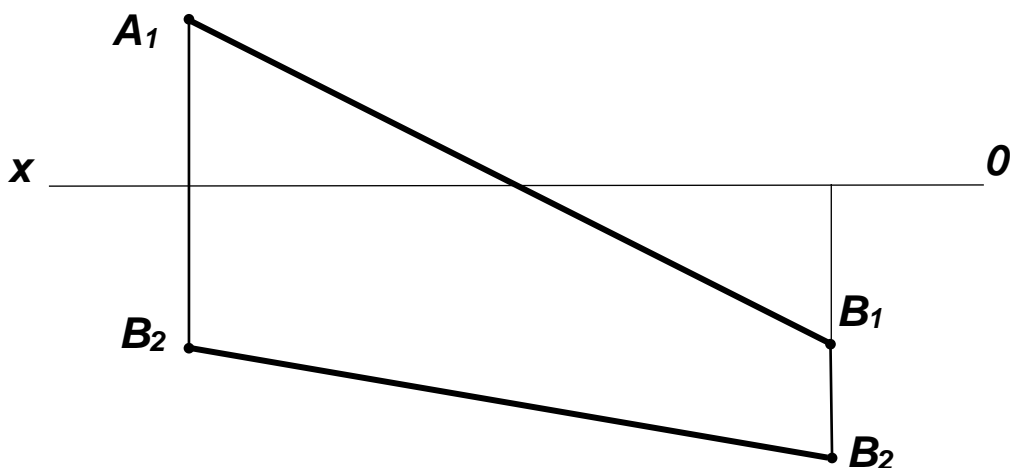
Тема: Метрические задачи. Позиционные задачи. Метод прямоугольного треугольника. Свойства проекций прямого угла.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

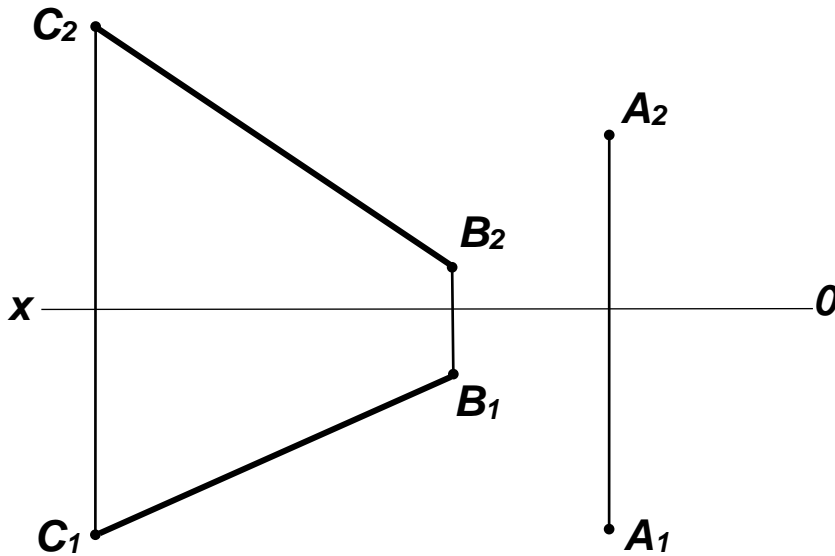
1. При каком расположении отрезка прямой относительно плоскостей Π_1 , Π_2 , Π_3 его проекция изображает действительную величину?
2. Как определить углы наклона прямой к плоскостям проекции?
3. Как определить по эюру действительную величину отрезка прямой общего положения и углы наклона его к плоскостям проекций?
4. В каком случае любой угол проецируется в действительную величину?
5. В каком случае прямой угол проецируется в действительную величину?

ЗАДАЧИ

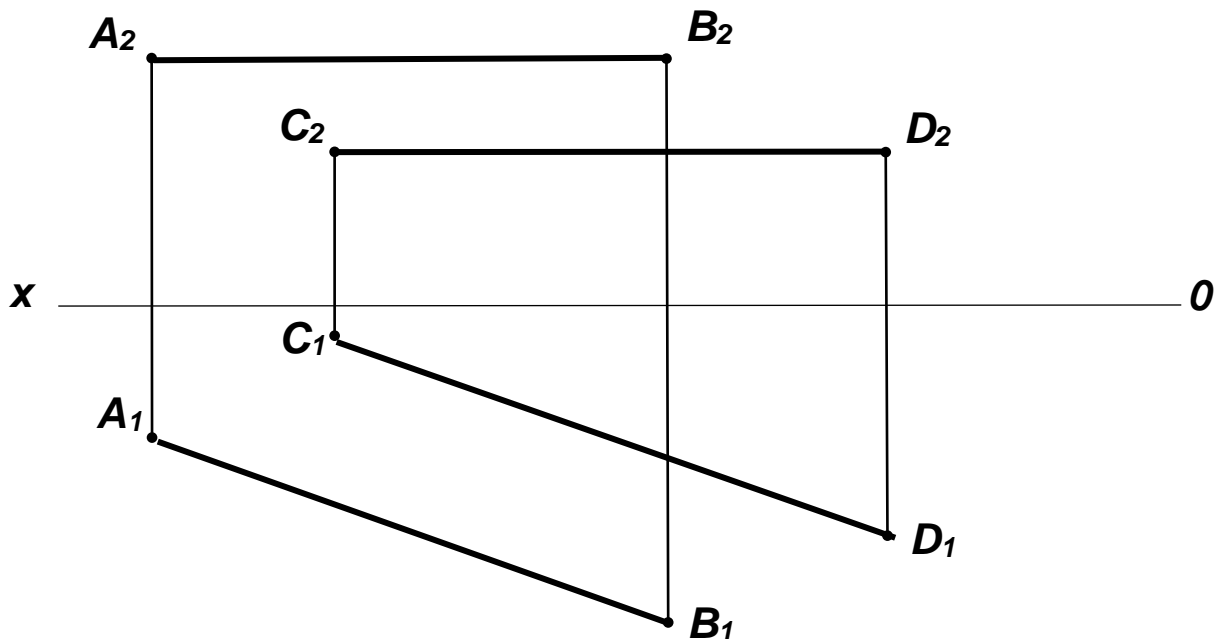
Задача 8.1. Определить действительную длину отрезка прямой AB и углы ее наклона к плоскостям Π_1 и Π_2 ?



Задача 8.2. Определить расстояние от точки **A** до прямой **BC**.



Задача 8.3. Определить расстояние между прямыми **AB** и **CD**.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 8.2. Для решения задачи нужно точку **A** и отрезок прямой **BC** заключить в "жесткий" треугольник, построить его по действительным размерам трех сторон и опустить перпендикуляр из точки **A** на прямую **BC**.

К задаче 8.3. 1) Для решения задачи задайте точку на одной из прямых и опустите из нее перпендикуляр на другую прямую.

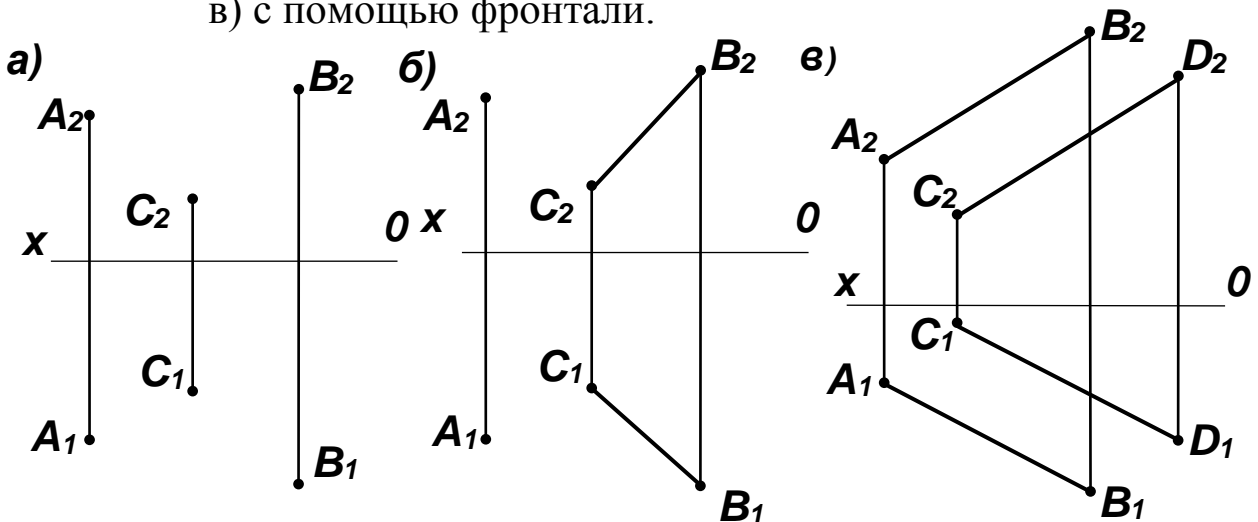
ЗАНЯТИЕ 9**Тема. Задание плоскости на комплексном чертеже Монжа.**
Точка на плоскости**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Какими способами задаются плоскости на эюре?
2. Как провести на эюре заданной плоскости прямую, принадлежащую ей?
3. Что такое горизонталь и фронталь плоскости и в какой последовательности строят их проекции на эюре?

ЗАДАЧИ

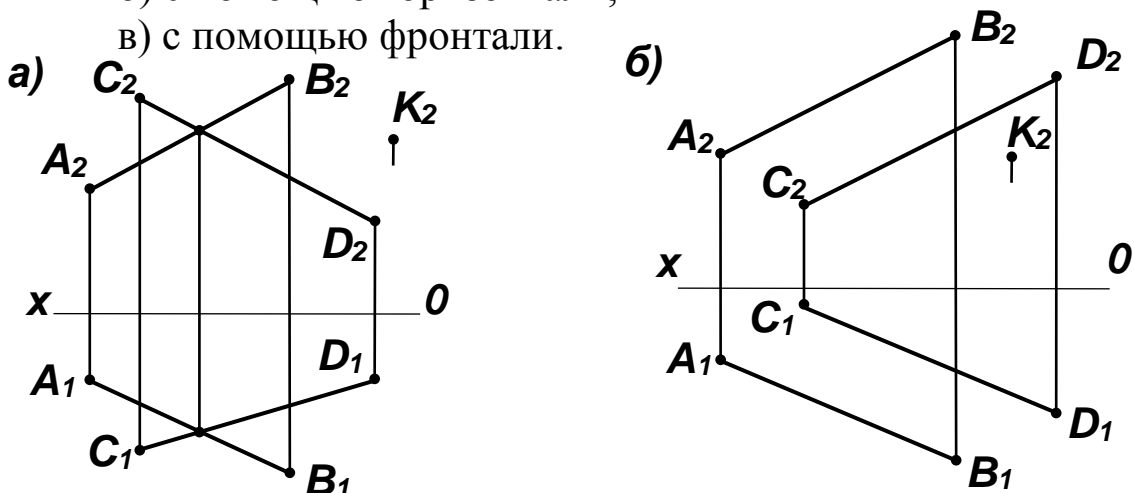
Задача 9.1. Задайте на плоскости произвольную точку:

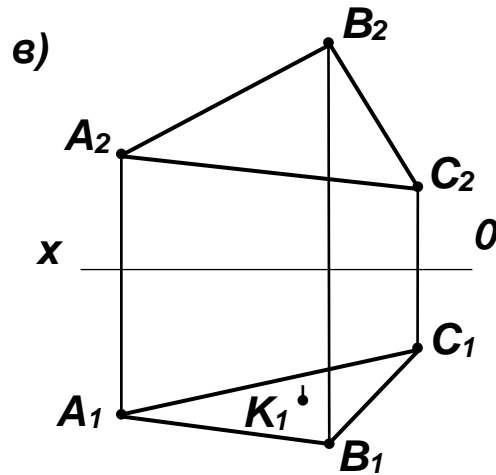
- а) с помощью произвольной прямой;
- б) с помощью горизонтали;
- в) с помощью фронтали.



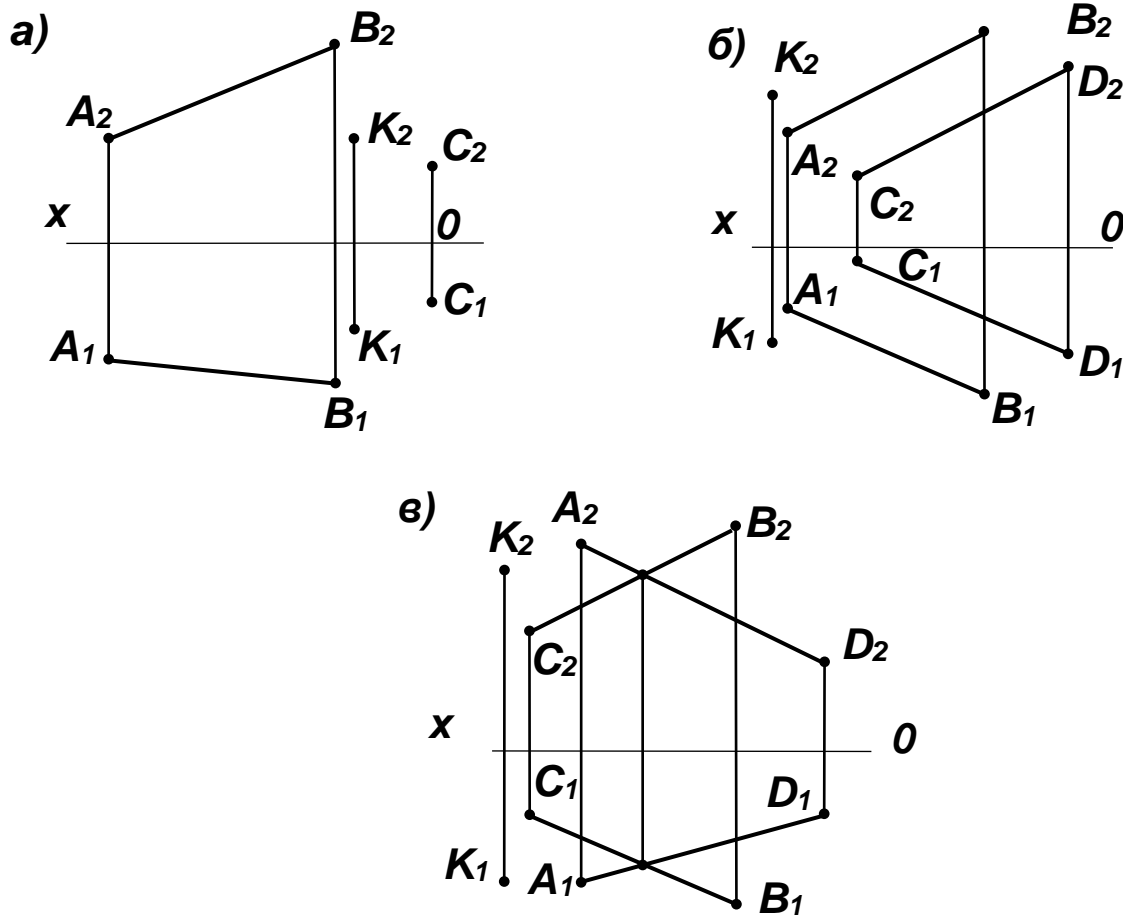
Задача 9.2. Найдите недостающую проекцию точки K , лежащей на заданной плоскости:

- а) с помощью произвольной прямой;
- б) с помощью горизонтали;
- в) с помощью фронтали.





Задача 9.3. По заданным проекциям точки и плоскости определите, лежит ли точка K в плоскости (используя любые прямые).



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 9.1 (а). Перейдите к заданию плоскости треугольником, двумя параллельными или пересекающимися прямыми.

К задаче 9.1 (б). Постройте горизонталь на эюре, начиная с проведения ее фронтальной проекции.

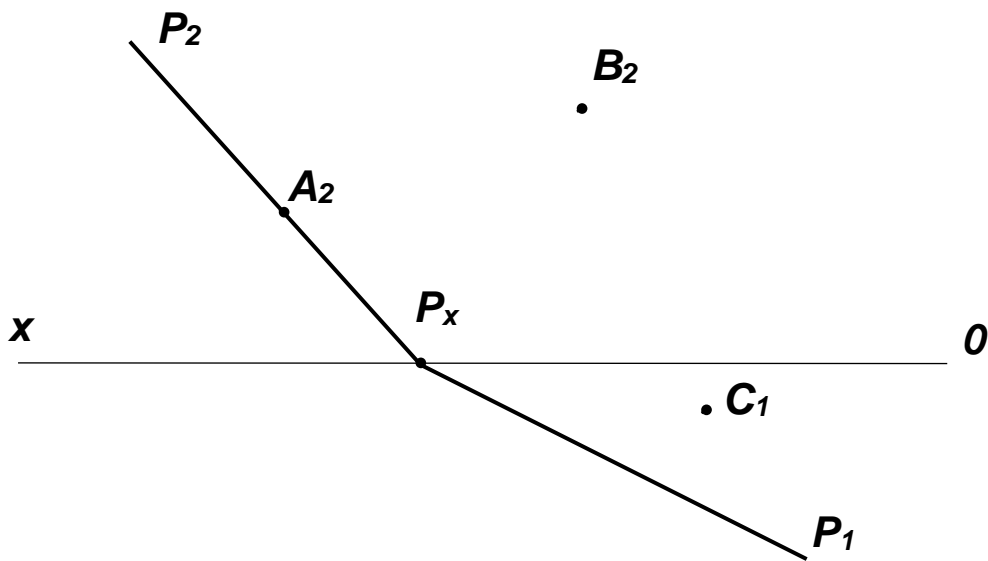
К задаче 9.1 (в). Постройте фронталь на эюре, начиная с проведения ее горизонтальной проекции.

Занятие 10.Тема: Задание плоскости следамиКОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Что называется следом плоскости?
2. В чем условность задания плоскости следами на эюре?
3. Где находятся следы прямой, принадлежащей плоскости?

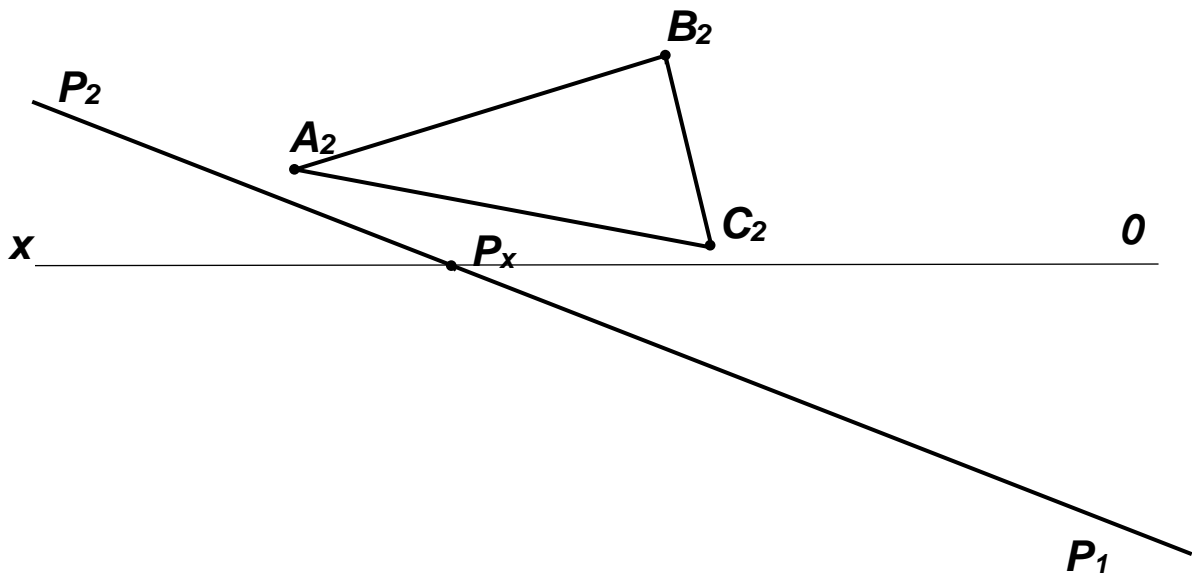
ЗАДАЧИ

Задача 10.1. Определите недостающие проекции точек **A**, **B** и **C**, лежащих в плоскости **P**.

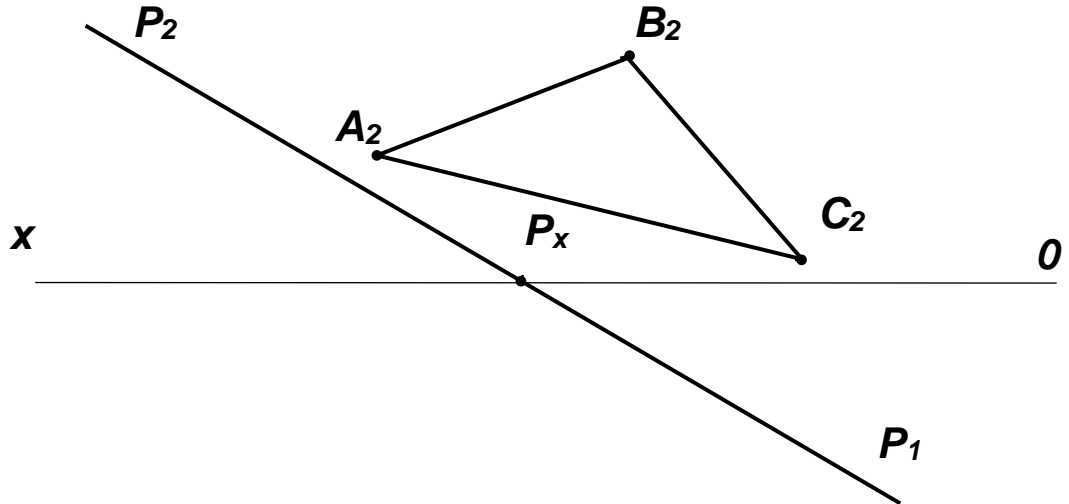


Задача 10.2. Дана фронтальная проекция треугольника **ABC**, лежащего в плоскости **P**. Определите его горизонтальную проекцию:

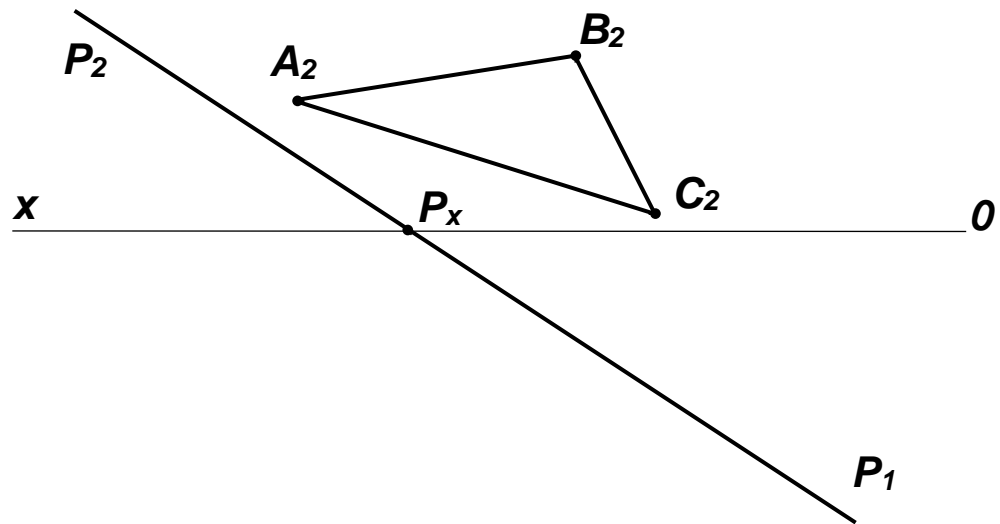
- 1) пользуясь фронталями плоскости **P**



2) пользуясь горизонталями плоскости P

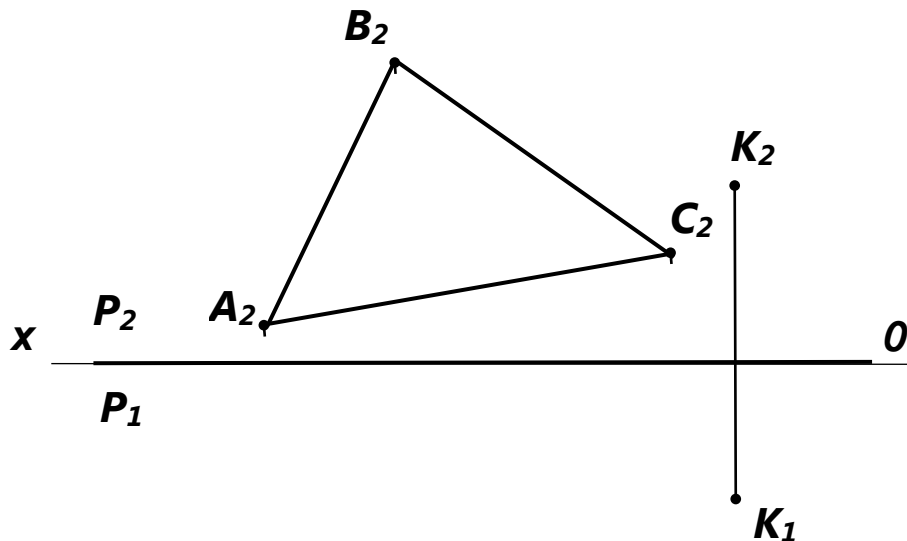


3) пользуясь прямыми общего положения.

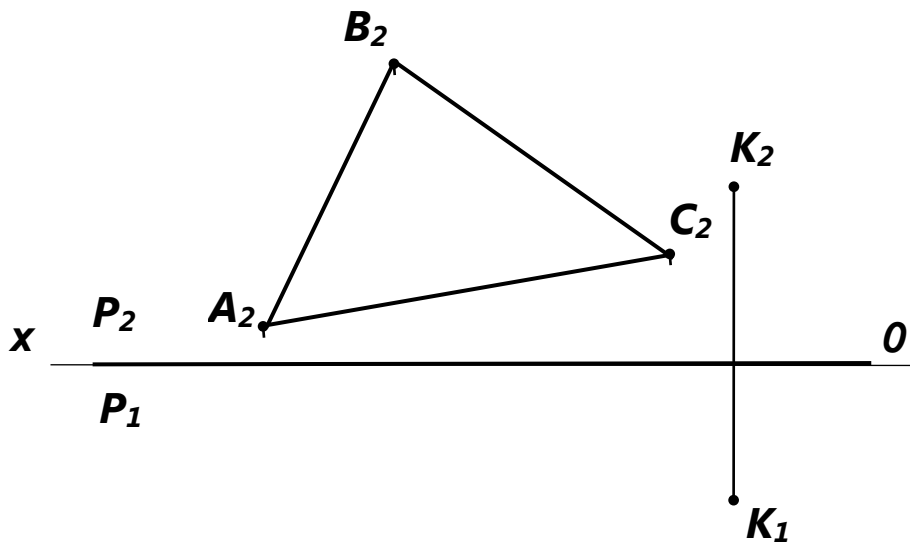


Задача 10.3. Дана одна из проекций треугольника ABC , лежащего в профильно-проецирующей плоскости. Определите другую ее проекцию:

1) пользуясь профильной плоскостью проекций



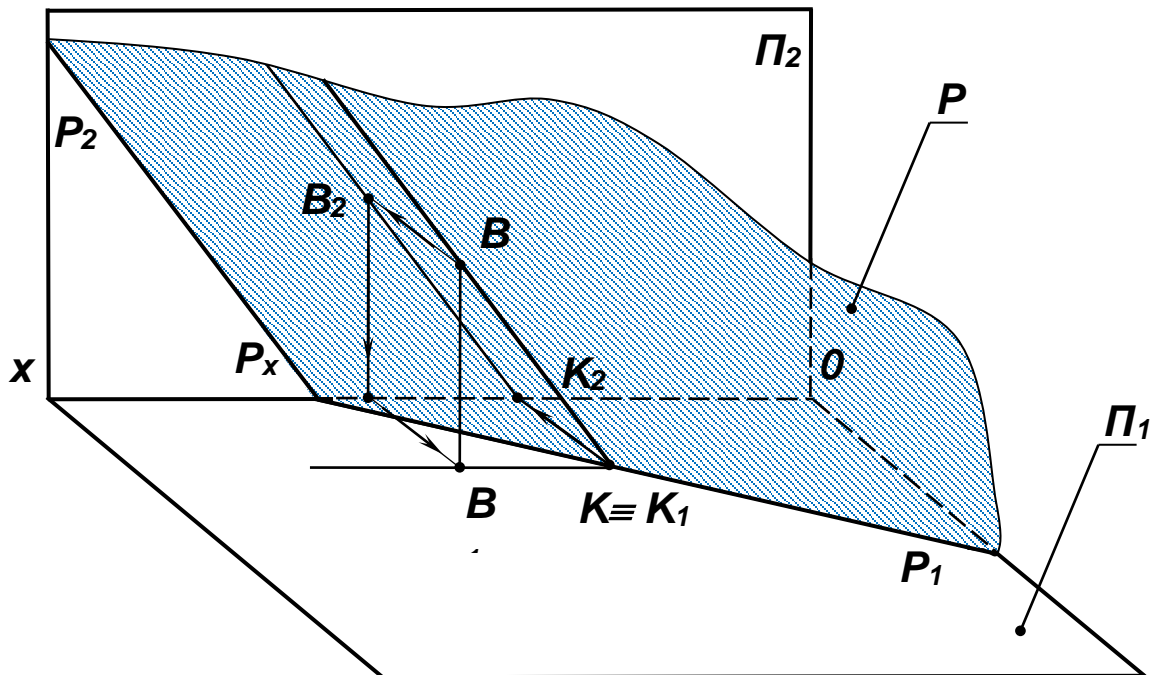
2) не пользуясь профильной плоскостью проекций



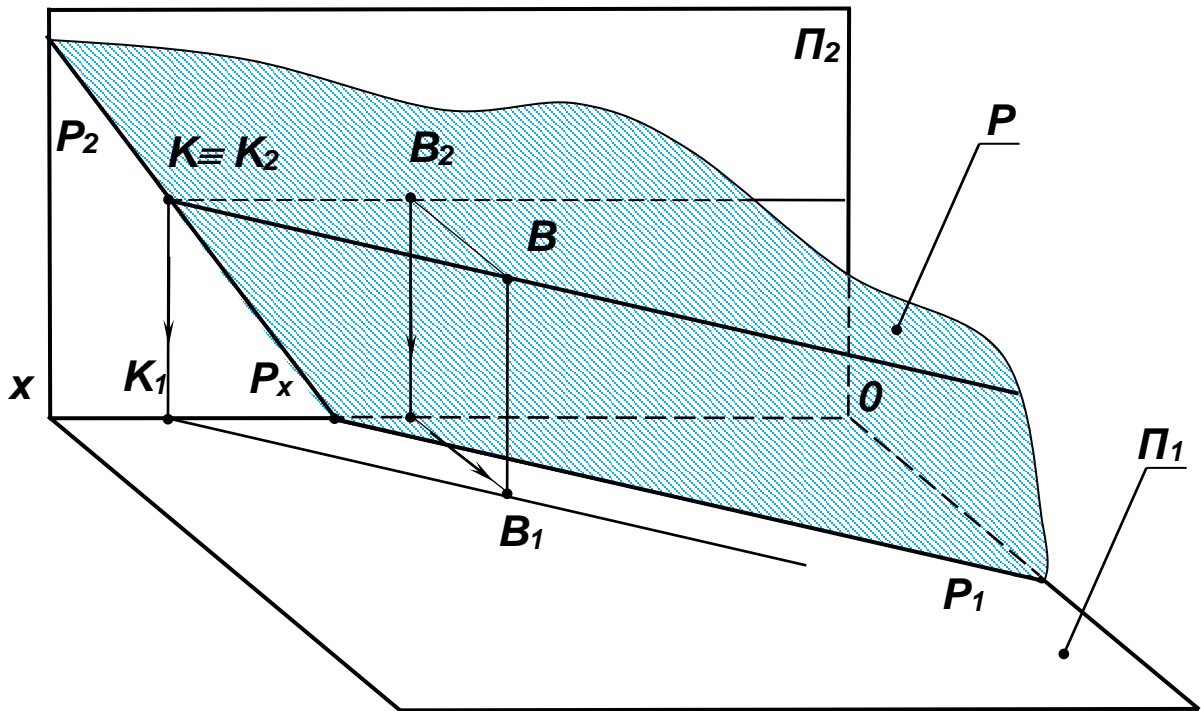
КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 10.1. Графические ключи решения задачи:

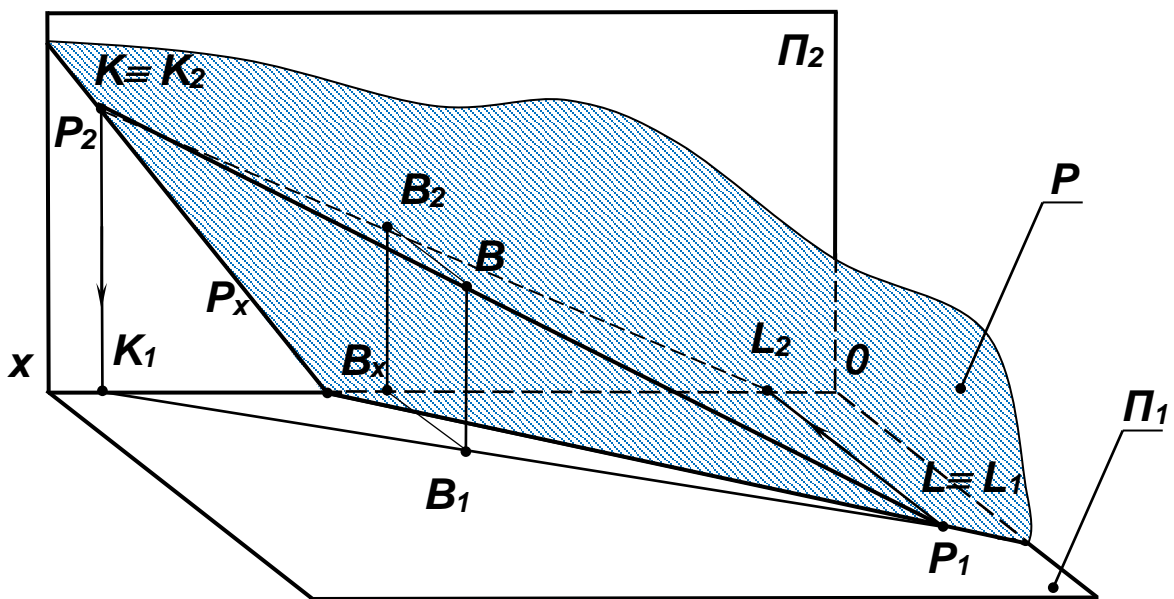
а) пользуясь фронтальною плоскости P :



б) пользуясь горизонталью плоскости P :



в) пользуясь прямой общего положения

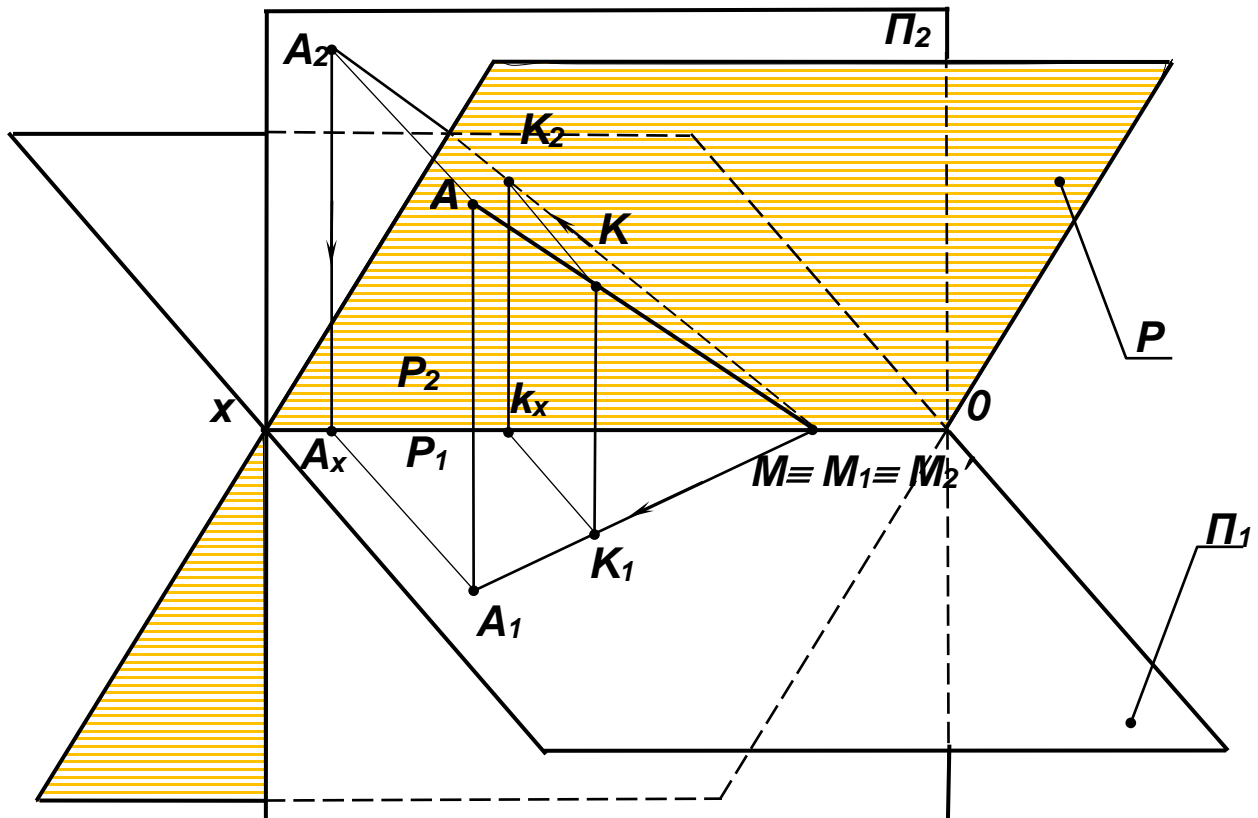


К задаче 10.2 (1,2). Горизонтальные проекции вершин треугольника найдите как недостающие проекции точек, лежащих в плоскости.

К задаче 10.3 (1). Профильная проекция искомого треугольника должна лежать на профильном следе плоскости P . Горизонтальная проекция треугольника ABC определяется, как недостающая, по двум заданным.

К задаче 10.3 (2). 1) Горизонтальные проекции точек **A**, **B**, **C** найдите с помощью произвольных прямых, лежащих в плоскости **P** и проходящих через точку **K** и каждую из вершин треугольника.

2) Графический ключ решения задачи (показано нахождение горизонтальной проекции точки **A**)



ЗАНЯТИЕ 11

Тема 3. Позиционные задачи. Метрические задачи.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что нужно найти для построения линии пересечения двух плоскостей в общем случае?

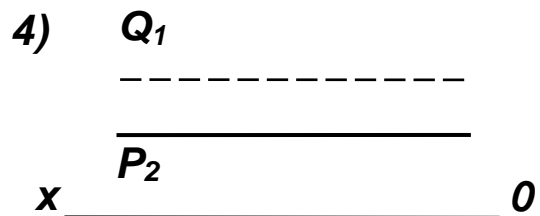
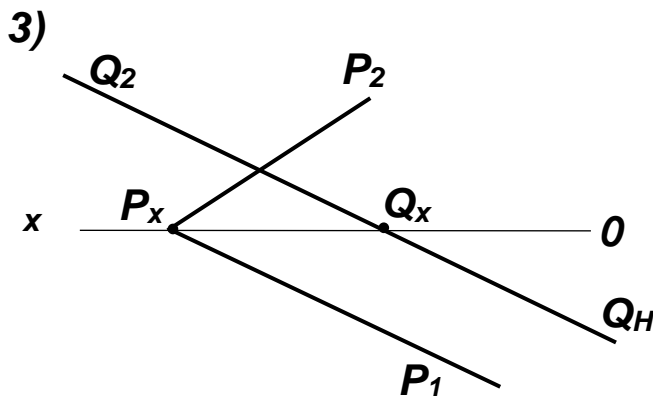
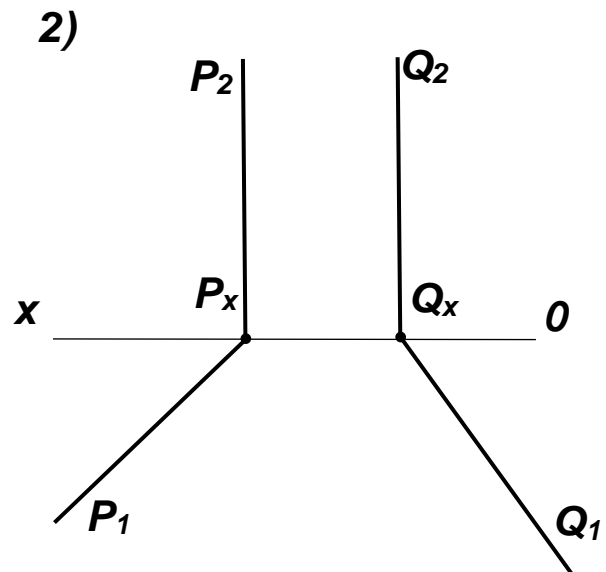
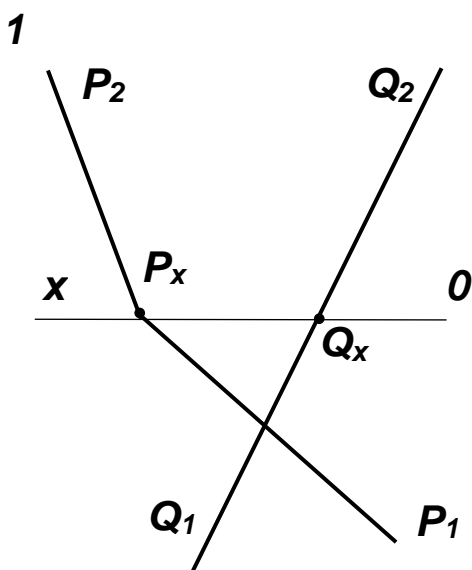
2. В чем состоит упрощение в нахождении линии пересечения двух плоскостей, заданных следами?

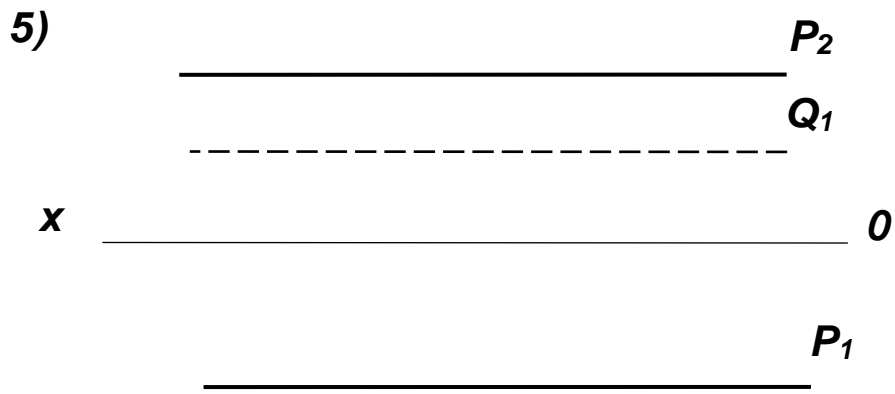
3. Как найти следы линии пересечения двух плоскостей, заданных следами?

ЗАДАЧИ

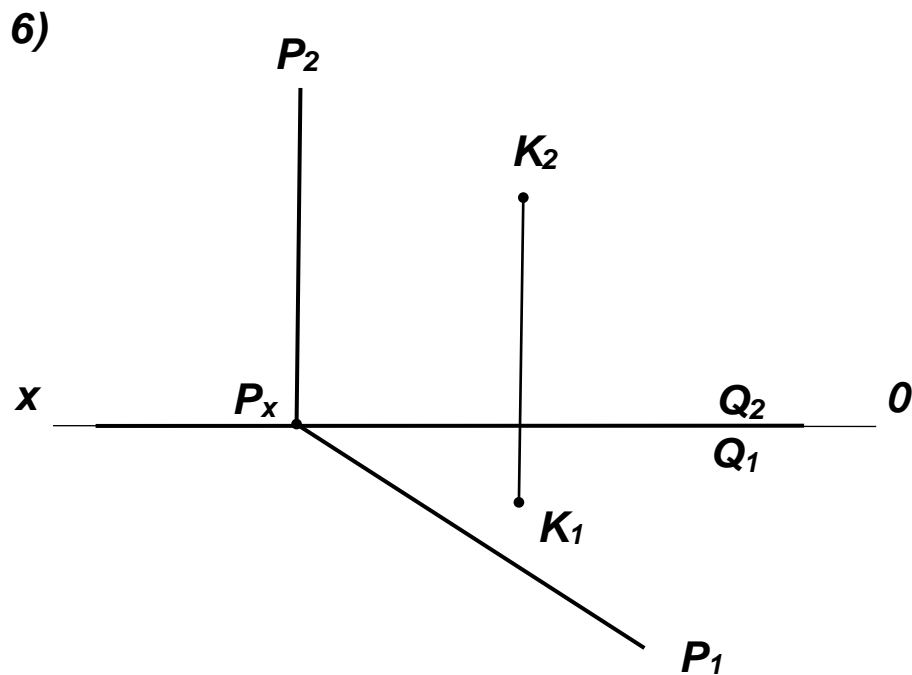
Задача 11.1 Найдите линию пересечения плоскостей P и Q ;

а) не вводя вспомогательной плоскости

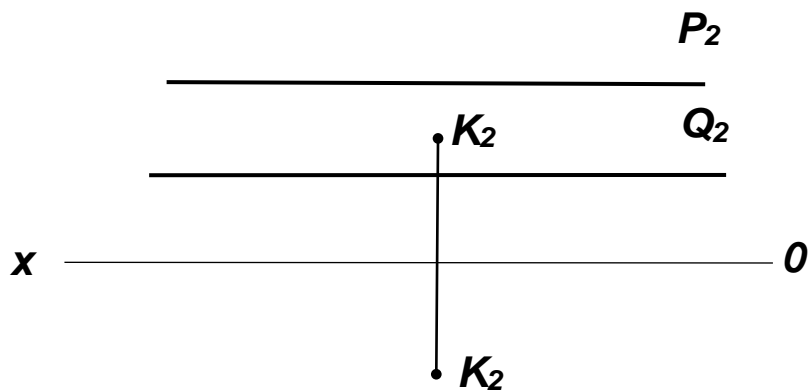




б) вводя вспомогательную плоскость



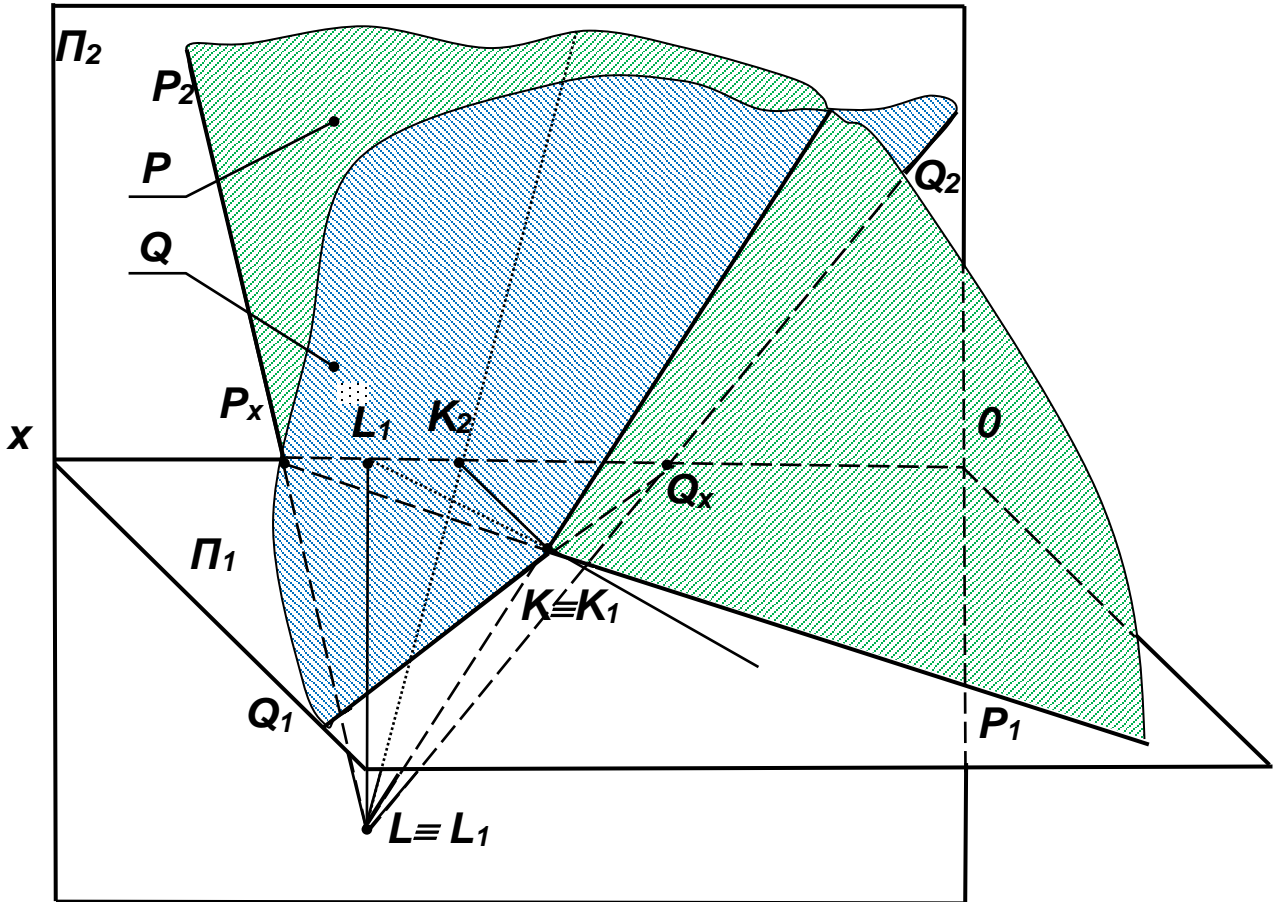
Задача 11.2. Найдите горизонтальные следы двух плоскостей P и Q , если известны их фронтальные следы и точка K , принадлежащая линии их пересечения.



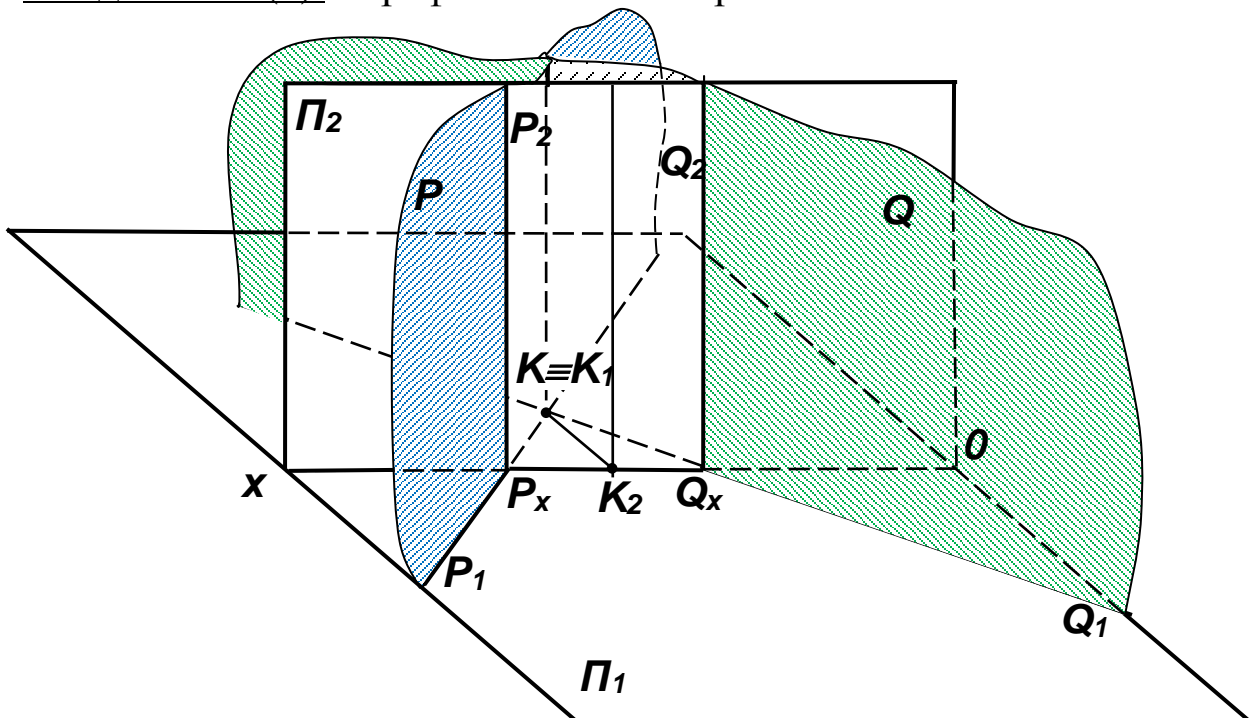
КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 11.1 (1). 1) Найдите проекции следов линии пересечения двух плоскостей;

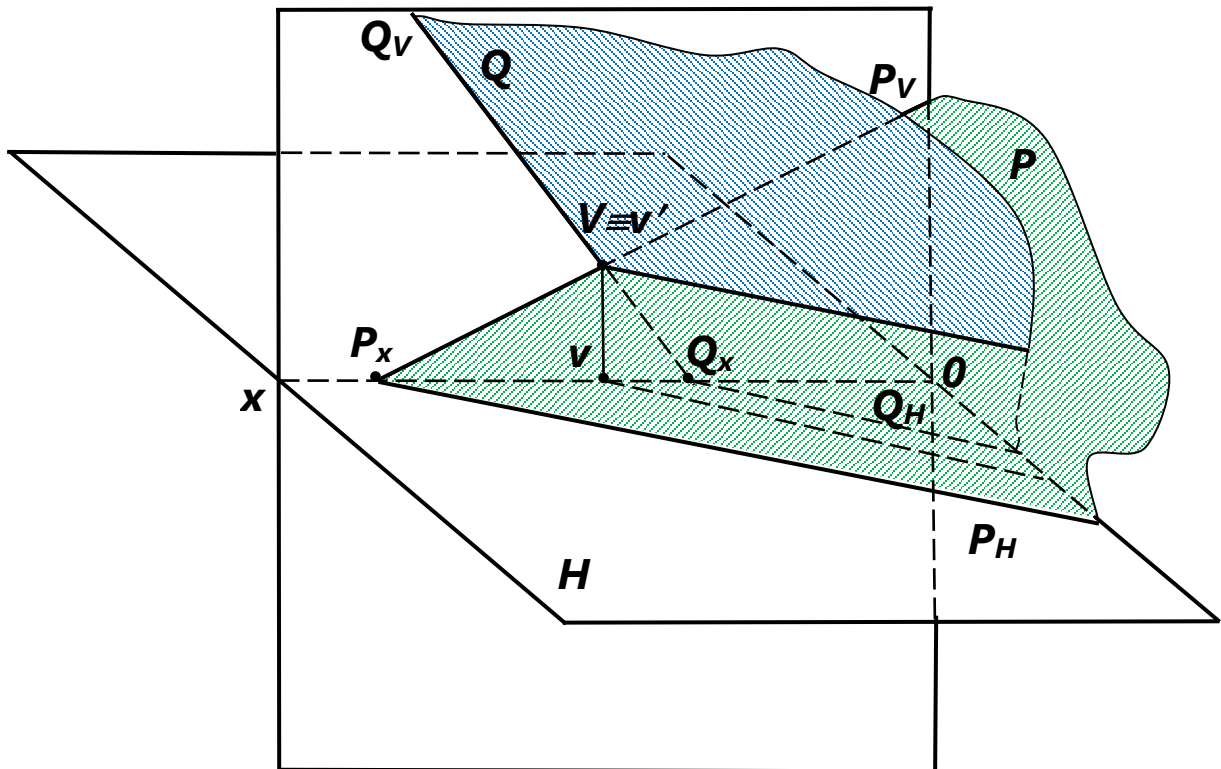
2) Графический ключ решения



К задаче 11.1(2). Графический ключ решения

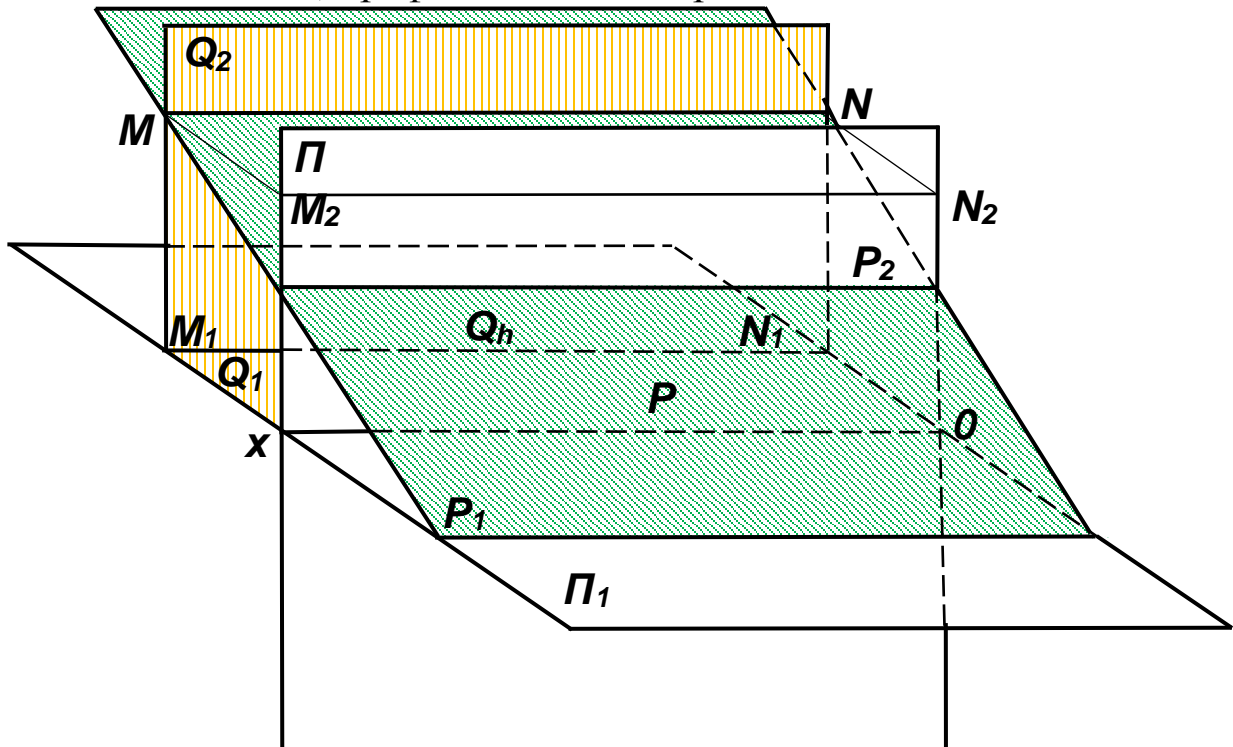


К задаче 11.1 (3). Графический ключ решения

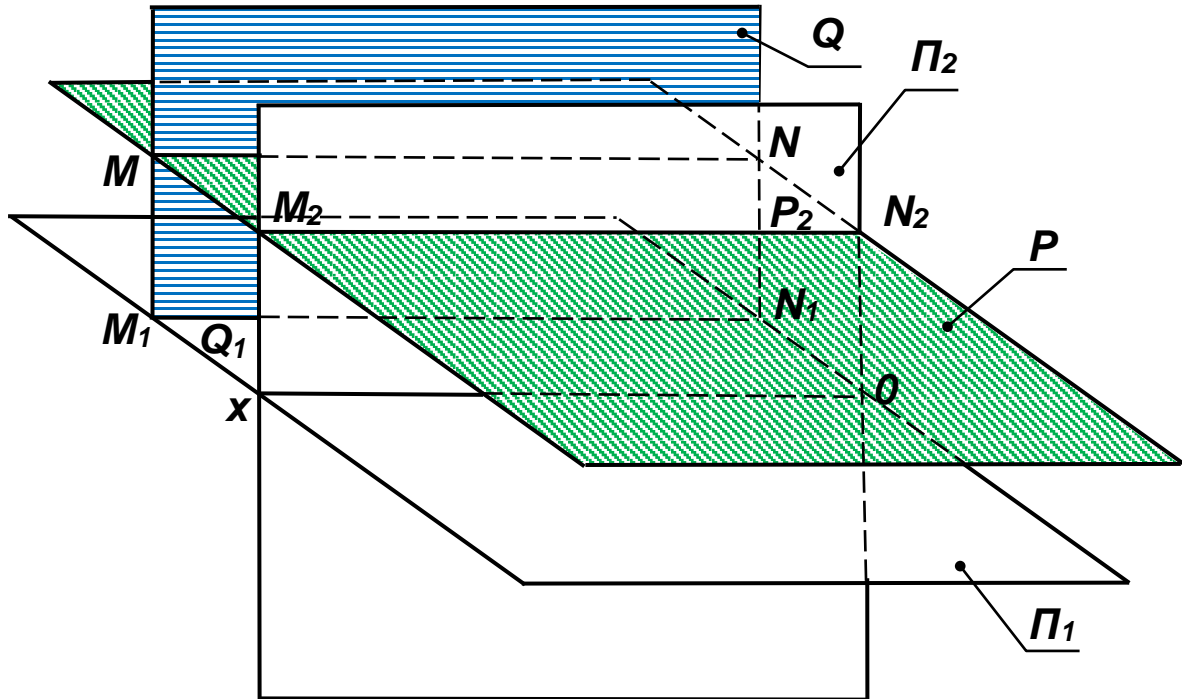


К задаче 11.1 (5). 1) Используйте свойство проецирующих плоскостей;

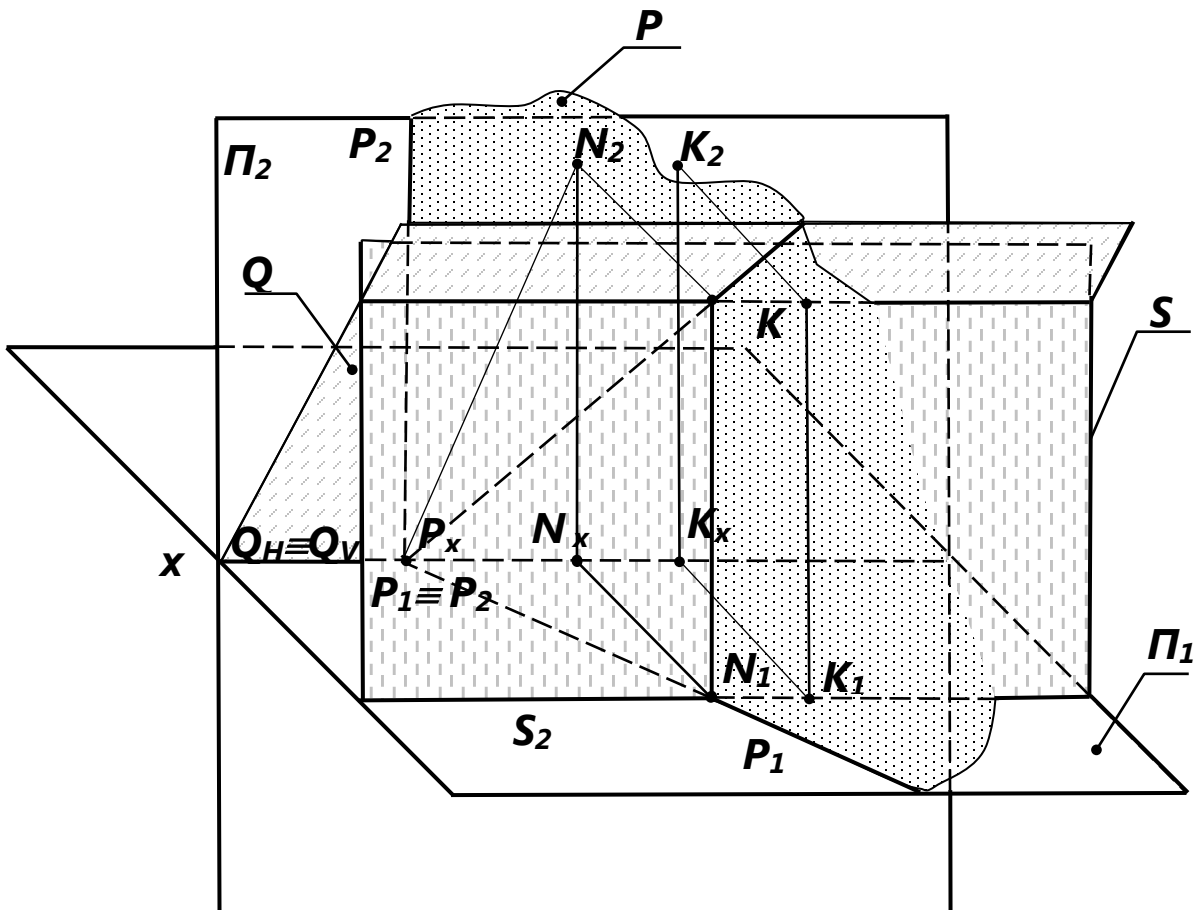
2) графический ключ решения



К задаче 11.1 (4). Графический ключ решения



К задаче 11.1 (6). 1) Введите плоскость-посредник через точку **K** и решите задачу по общей схеме;
2) графический ключ решения



- К задаче 11.2. 1) Проведите через точку K прямую, вначале в плоскости P , потом в плоскости Q .
- 2) Найдите следы заданных прямых.
- 3) Через горизонтальные следы этих прямых проведите искомые следы плоскостей P и Q .

ЗАНЯТИЕ 12

Тема: Позиционные и метрические задачи. Взаимное положение прямой и плоскости

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

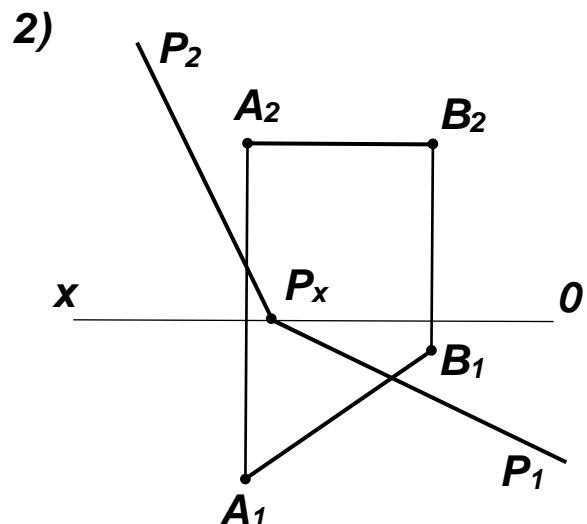
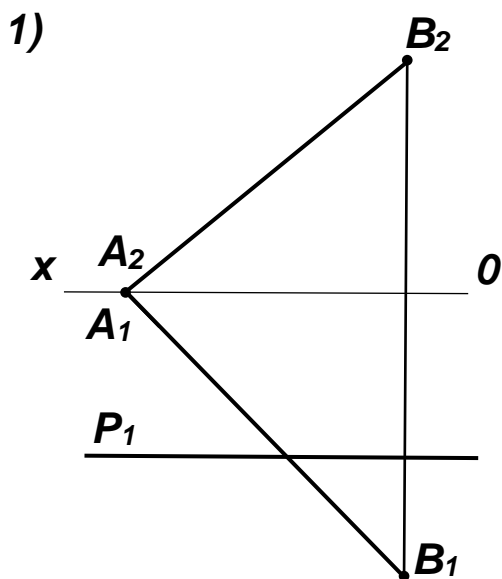
1. Какова последовательность построения точки встречи прямой с плоскостью в общем случае?

2. Как находится точка встречи прямой с плоскостью, если один из заданных элементов задачи проецирующий?

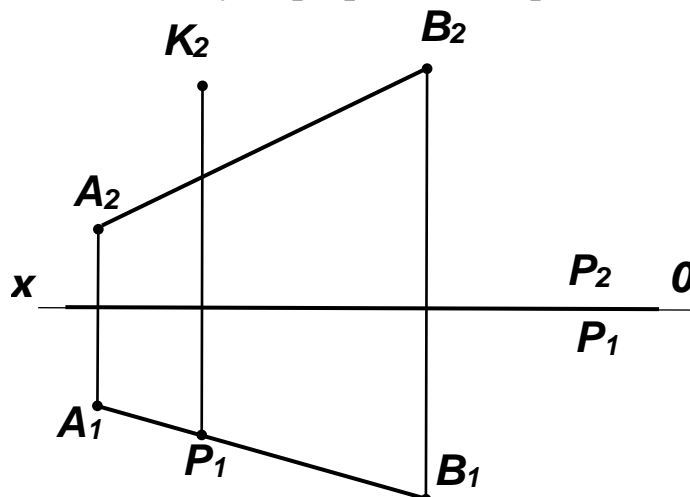
3. Сформулируйте условие параллельности прямой и плоскости.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

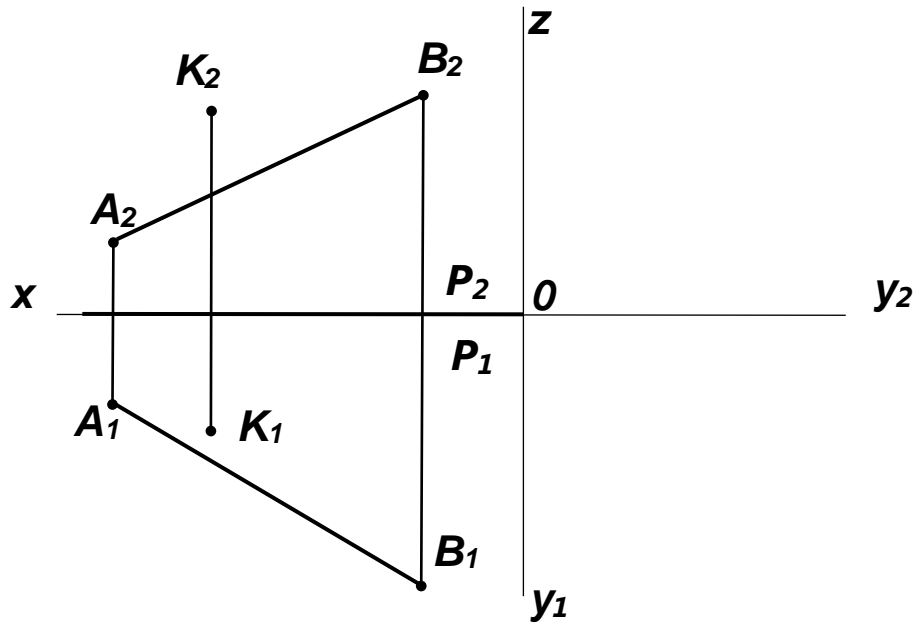
Задача 12.1. Найдите точку пересечения прямой **AB** с плоскостью **P**.



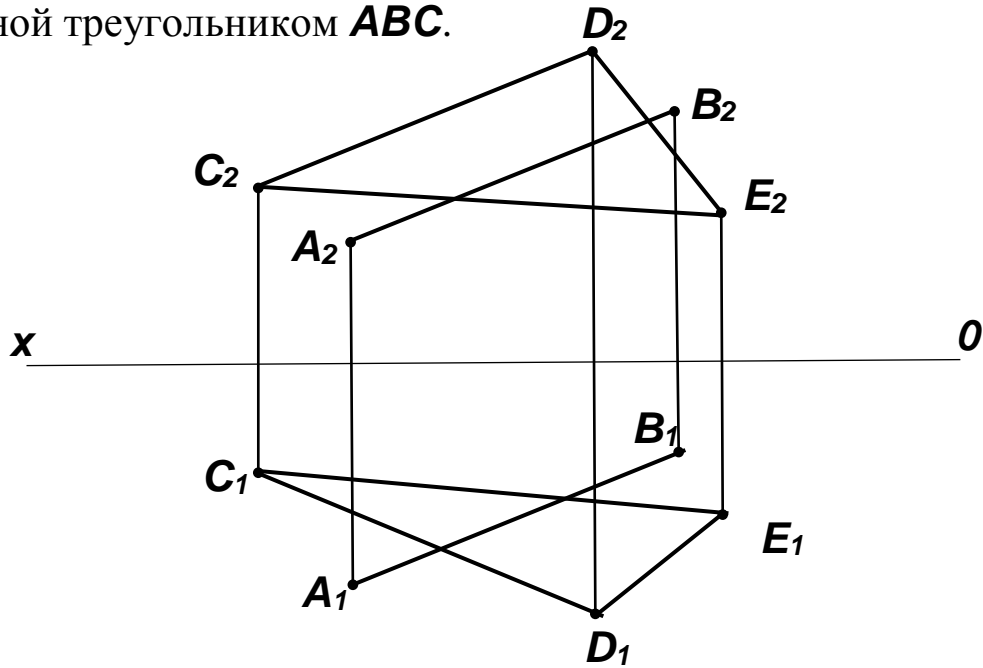
3) - не используя профильные проекции



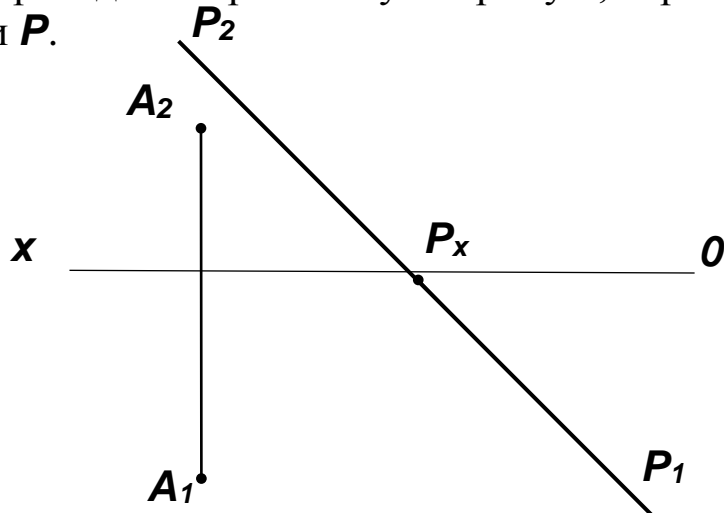
4) - используя профильные проекции



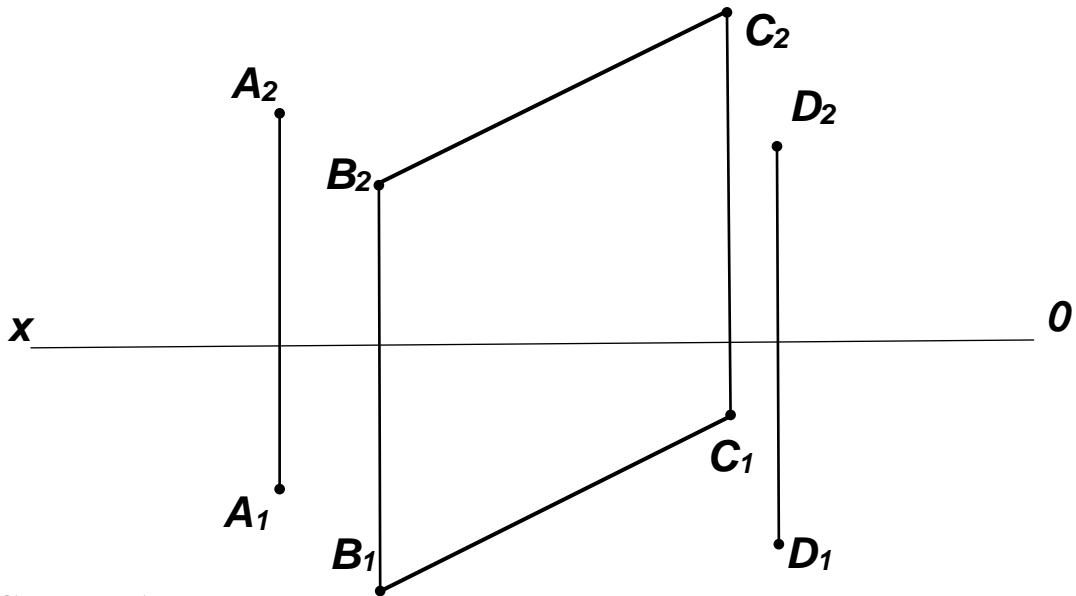
Задача 12.2. Найдите точку пересечения прямой AB с плоскостью, заданной треугольником ABC .



Задача 12.3. Проведите через точку A прямую, параллельную плоскости P .



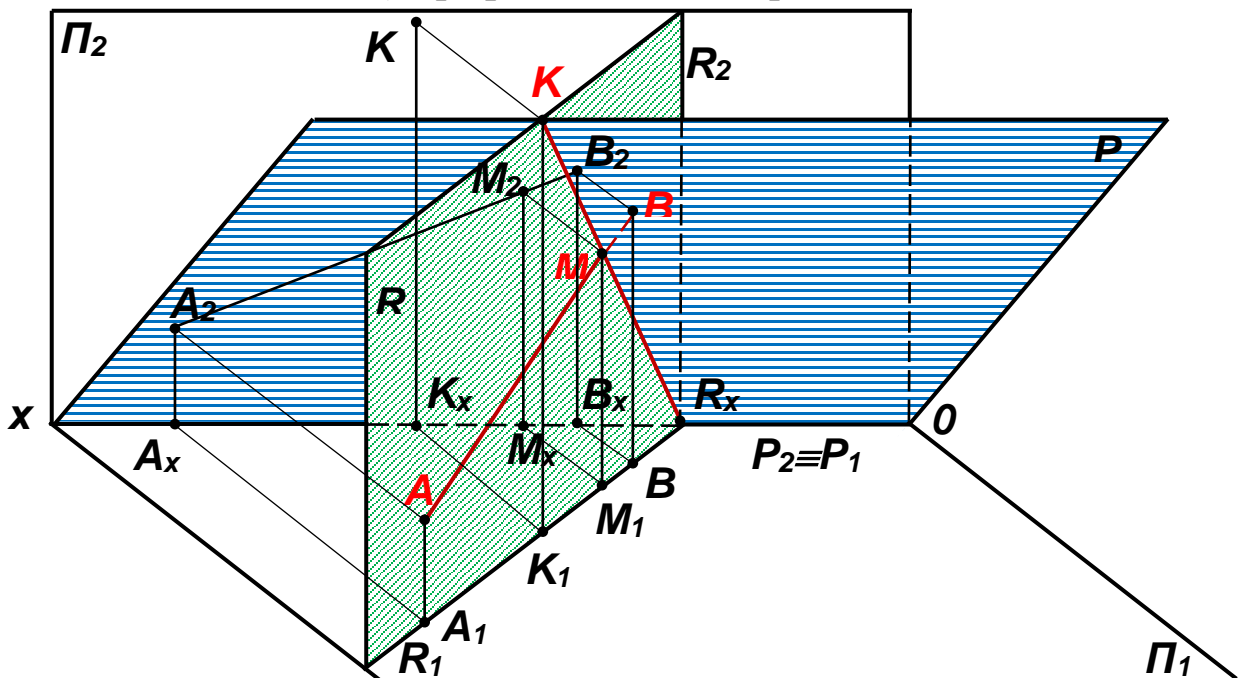
Задача 12.4. Проведите через точку **A** две прямые, параллельные плоскости, заданной прямой **BC** и точкой **D**.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 12.1.(3) 1) Используйте общий прием решения задачи. Заключите прямую в горизонтально-проецирующую плоскость.

2) Графический ключ решения



M - искомая точка встречи прямой **AB** с плоскостью **P**.

К задаче 12.1(4). Используйте свойство проецирующей плоскости.

К задачам 12.3, 12.4. В заданной плоскости проведите любые прямые (общего положения или линии уровня). Решение многозначно.

ЗАНЯТИЕ 13

Тема. Позиционные задачи. Метрические задачи. Взаимное положение двух плоскостей

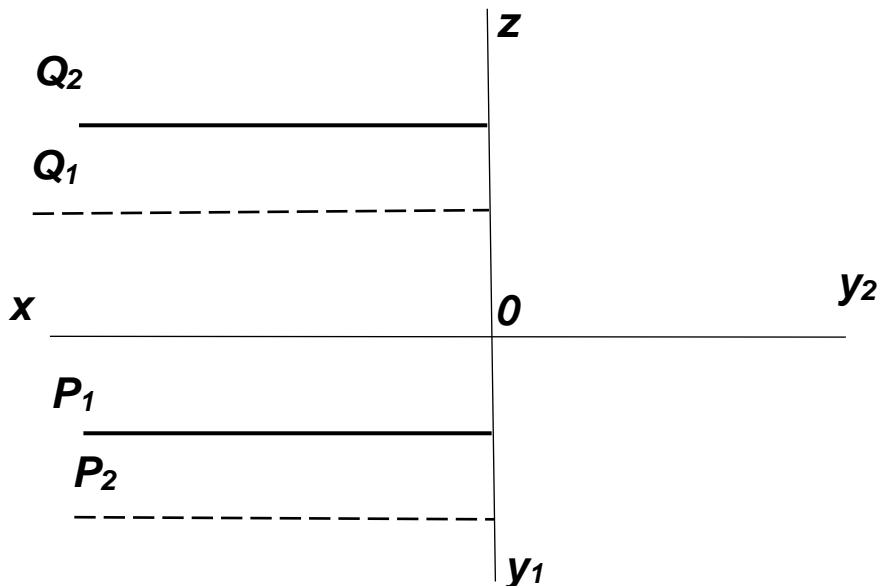
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте условие параллельности двух плоскостей общего положения:
 - а) заданных не следами;
 - б) заданных следами.
2. Как формулируется условие параллельности двух профильно-проецирующих плоскостей?
3. Сформулируйте условие перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.
4. Как построить на эюре прямую, перпендикулярную плоскости, в случае:
 - а) задания плоскости не следами?
 - б) задания плоскости следами?
5. Вспомните условие перпендикулярности двух плоскостей.
6. Почему две плоскости общего положения не перпендикулярны, если их одноименные следы взаимно-перпендикулярны?

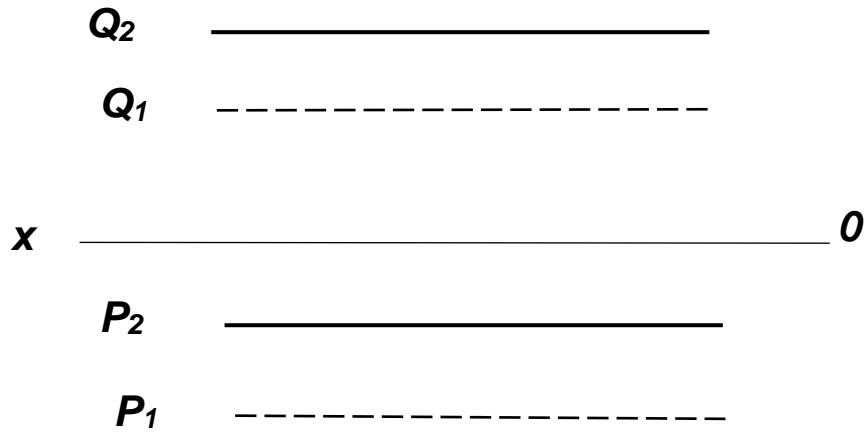
ЗАДАЧИ

Задача 13.1. Выясните, параллельны ли плоскости **P** и **Q**.

- 1) пользуясь профильной плоскостью проекций

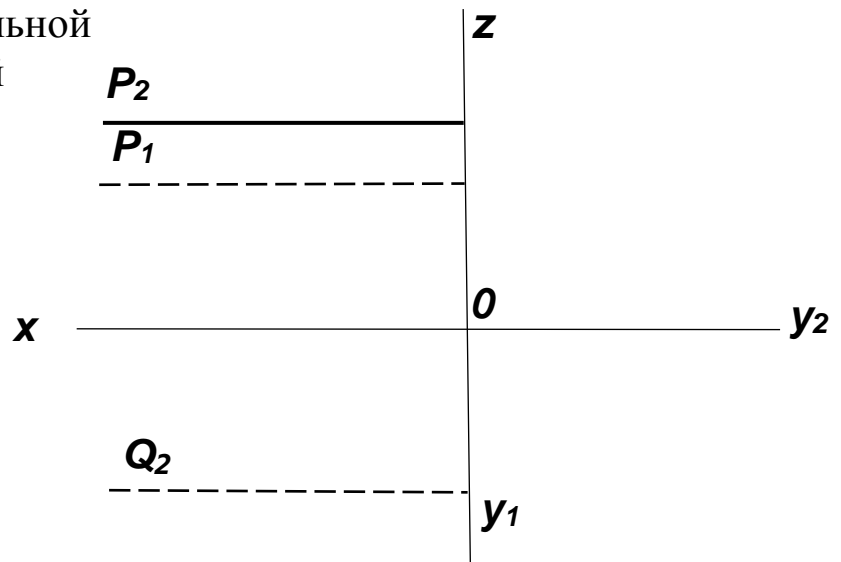


2) не пользуясь профильной плоскостью проекций

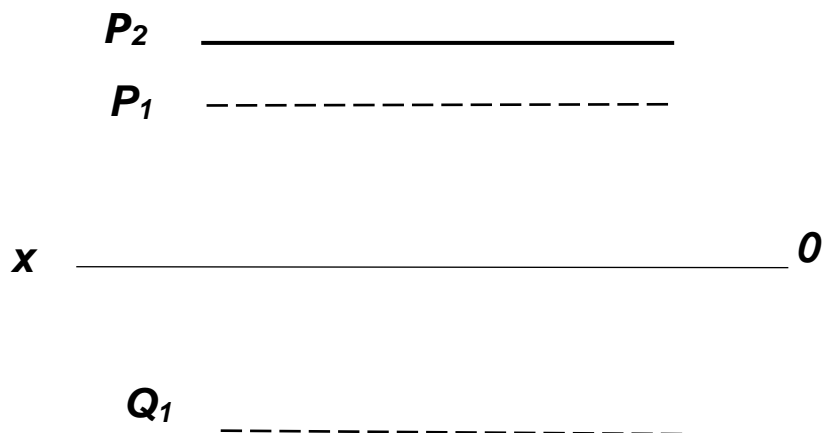


Задача 13.2. Найдите недостающий след плоскости Q , исходя из условия, что $Q // P$:

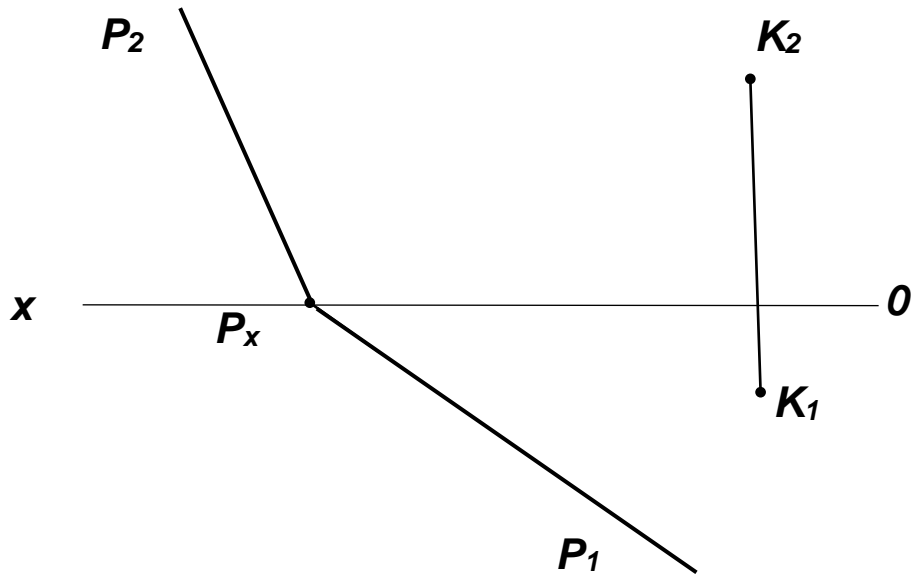
1) - пользуясь профильной плоскостью проекций



2) - не пользуясь профильной плоскостью проекций

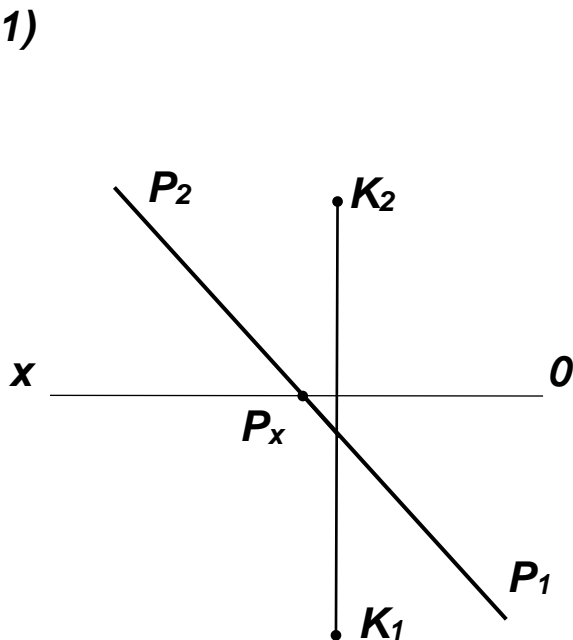


Задача 13.3. Постройте следы плоскости, проходящей через точку K и параллельной плоскости P .

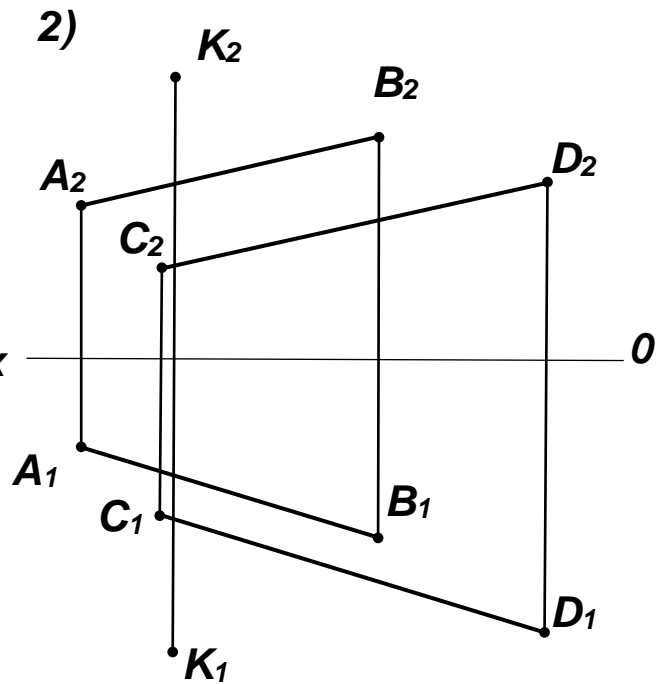


Задача 13.4. Определите расстояние от точки K до плоскости.

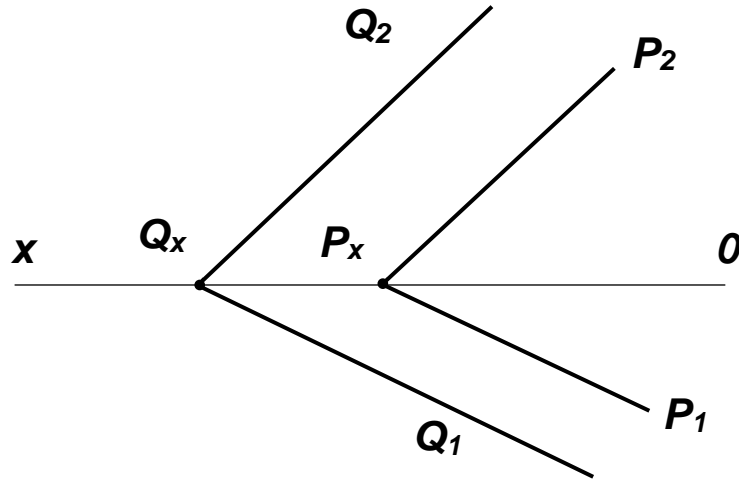
1)



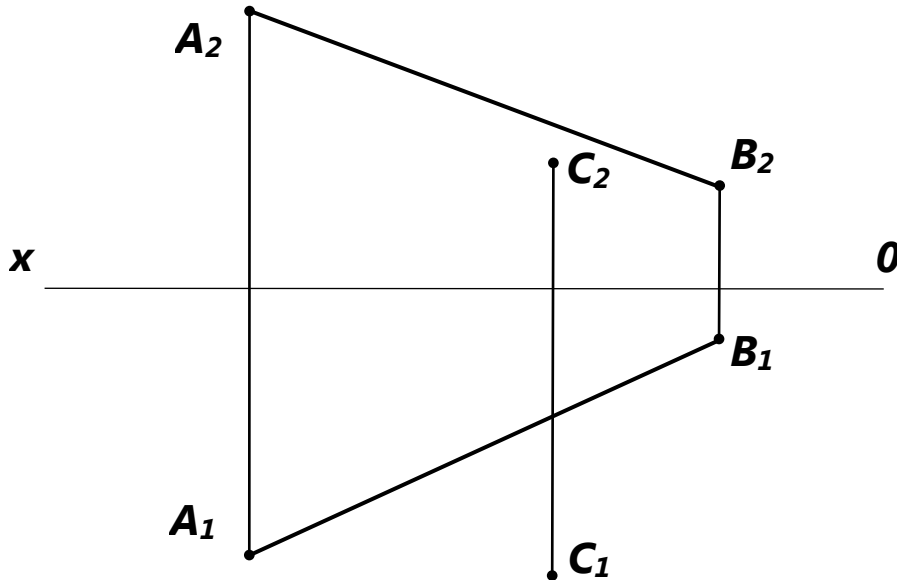
2)



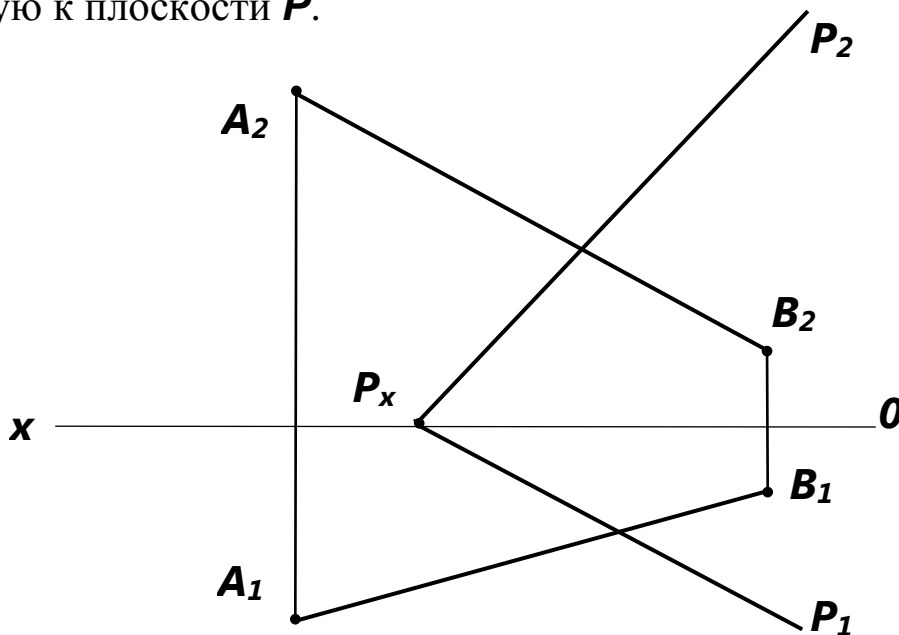
Задача 13.5. Определите расстояние между плоскостями P и Q .



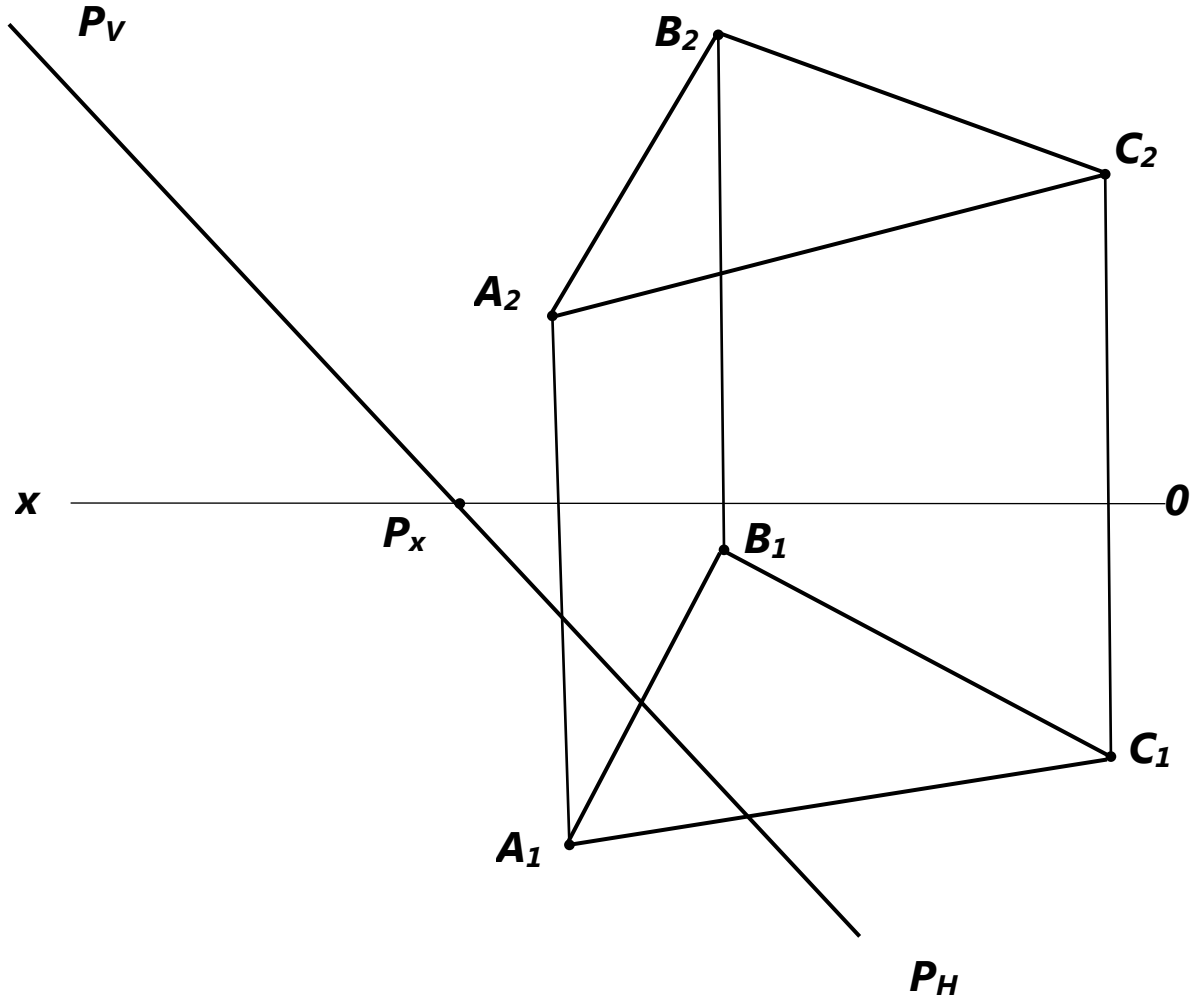
Задача 13.6. Опустите из точки C перпендикуляр на прямую AB .



Задача 13.7. Проведите через прямую AB плоскость, перпендикулярную к плоскости P .



Задача 13.8. Найдите линию пересечения плоскости треугольника ABC с плоскостью P .



КОНСУЛЬТАЦИИ.

К задаче 13.1 (2). Чтобы выяснить, параллельны ли плоскости P и Q , следует воспользоваться двумя пересекающимися прямыми, проведенными в каждой плоскости. В качестве одной из указанных прямых используйте один из следов каждой заданной плоскости.

К задаче 13.2 (2). Искомый горизонтальный след плоскости Q должен проходить через горизонтальный след прямой, проведенной в этой плоскости и параллельной прямой, лежащей в плоскости P .

К задаче 13.3. Для решения предварительно проведите через точку K прямую, параллельную плоскости P , и заключите ее в искомую плоскость.

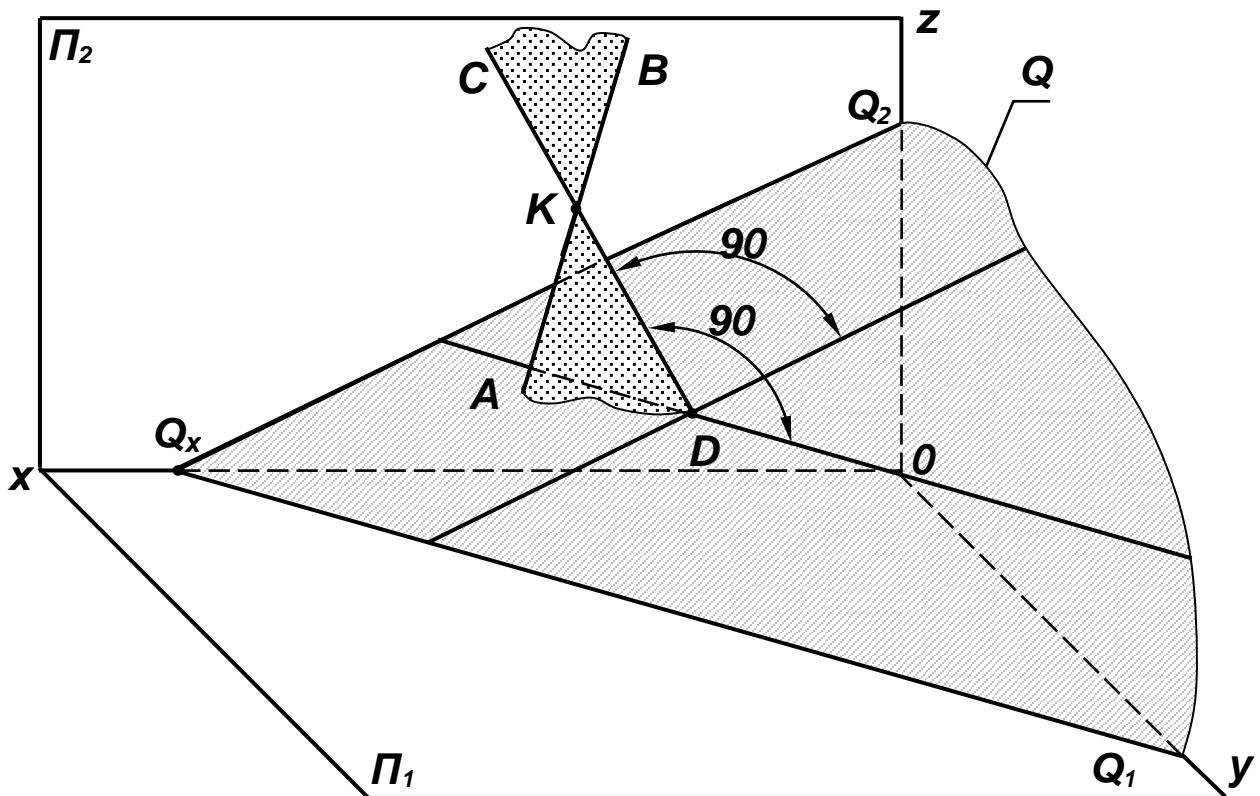
К задаче 13.4. Постройте проекции перпендикуляра к плоскости, найдите его основание (точку пересечения с плоскостью) и определите истинную величину полученного отрезка перпендикуляра.

К задаче 13.5. Задайте в одной из плоскостей точку (проще всего взять ее на следе плоскости), постройте из проекции этой точки направление проекций перпендикуляра к плоскости. Дальнейший ход решения рассматривался в задачах ранее.

К задаче 13.6. Искомый перпендикуляр должен лежать в плоскости, проведенной через заданную точку **C**, перпендикулярно к прямой **AB**.

К задаче 13.7

1. Графический ключ решения



ЗАНЯТИЕ 14

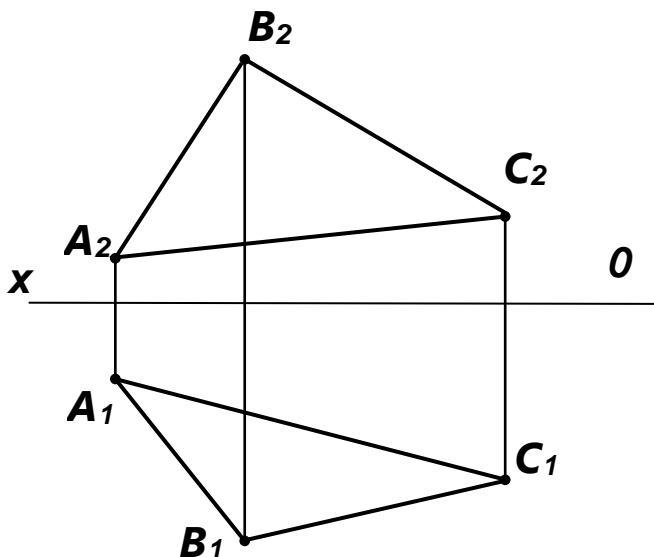
Тема. Способы преобразования эюра.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

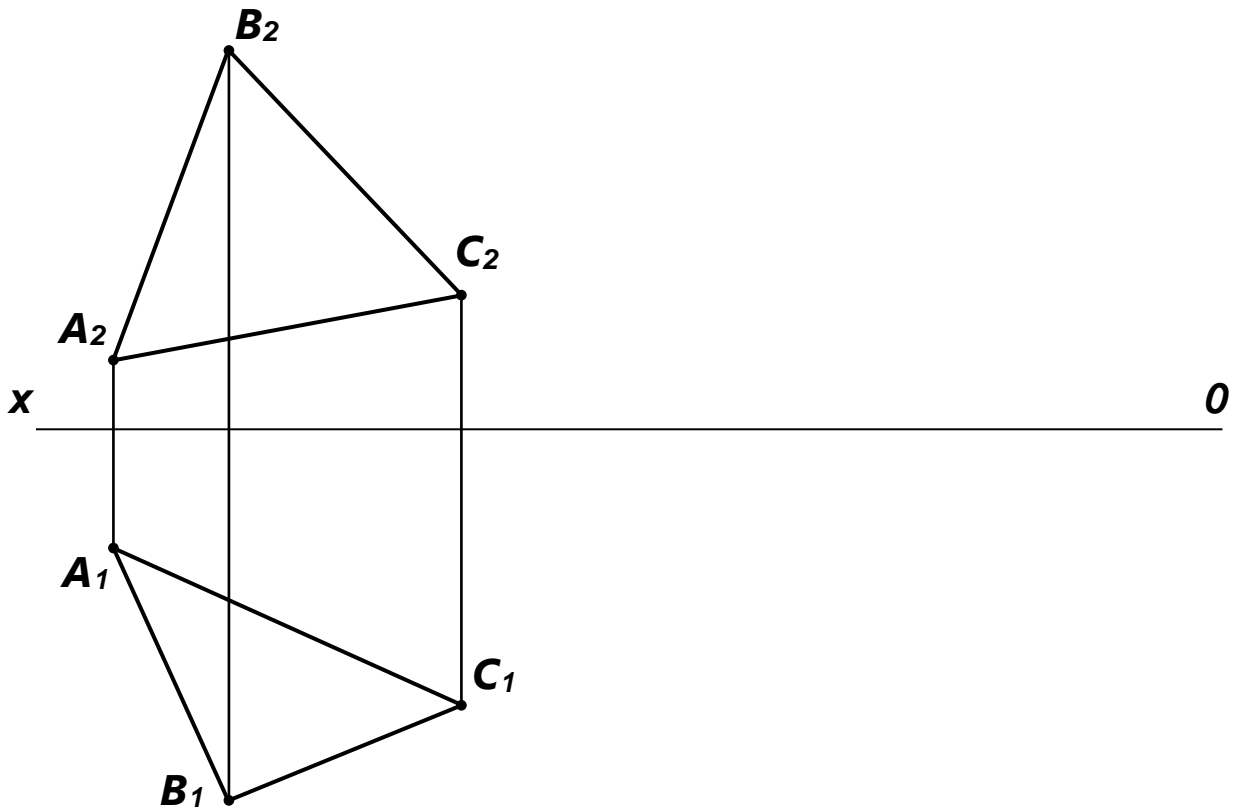
1. Вспомните сущность метода перемены плоскостей проекций.
2. Можно ли одновременно заменить две плоскости проекций?
3. Какие координаты не изменяются при замене:
 - а) горизонтальной плоскости проекций?
 - б) фронтальной плоскости проекций?
4. Как следует произвести замену плоскостей проекций, чтобы плоскость общего положения стала плоскостью уровня?
5. В чем состоит сущность метода плоскопараллельного перемещения?
6. Какие координаты, форма и размеры какой проекции фигуры остаются неизменными при ее перемещении в плоскости:
 - а) параллельной P_1 ?
 - б) параллельной P_2 ?

ЗАДАЧИ

Задача 14.1. Используя метод замены плоскостей проекций, постройте проекции треугольника **ABC** в новой системе так, чтобы его горизонтальная проекция представляла натуральную величину треугольника.



Задача 14.2. Переместите треугольник так, чтобы его горизонтальная проекция представляла натуральную величину.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 14.1. Задача решается двумя последовательными заменами плоскостей проекций. Вначале заменяем одну из плоскостей проекций, располагая ее перпендикулярно к треугольнику, после чего ставим другую плоскость проекций параллельно треугольнику.

К задаче 14.2. Вначале, перемещая треугольник параллельно одной из плоскостей проекций, преобразуйте его в плоскость проецирующую, последующим перемещением треугольника параллельно другой плоскости проекций, преобразуйте его в плоскость уровня.

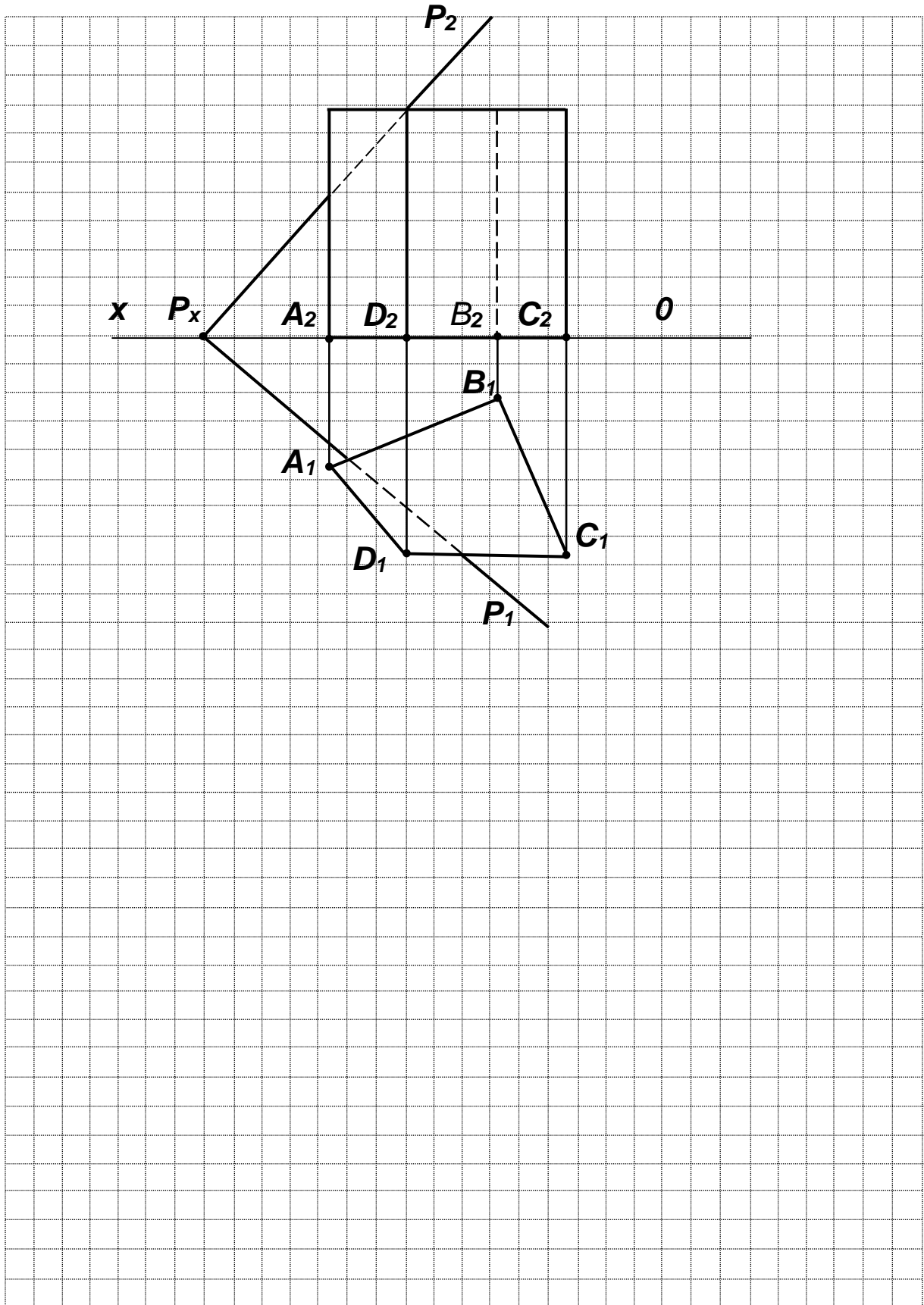
ЗАНЯТИЕ 15

Тема. Многогранники. Кривые линии. Поверхности.

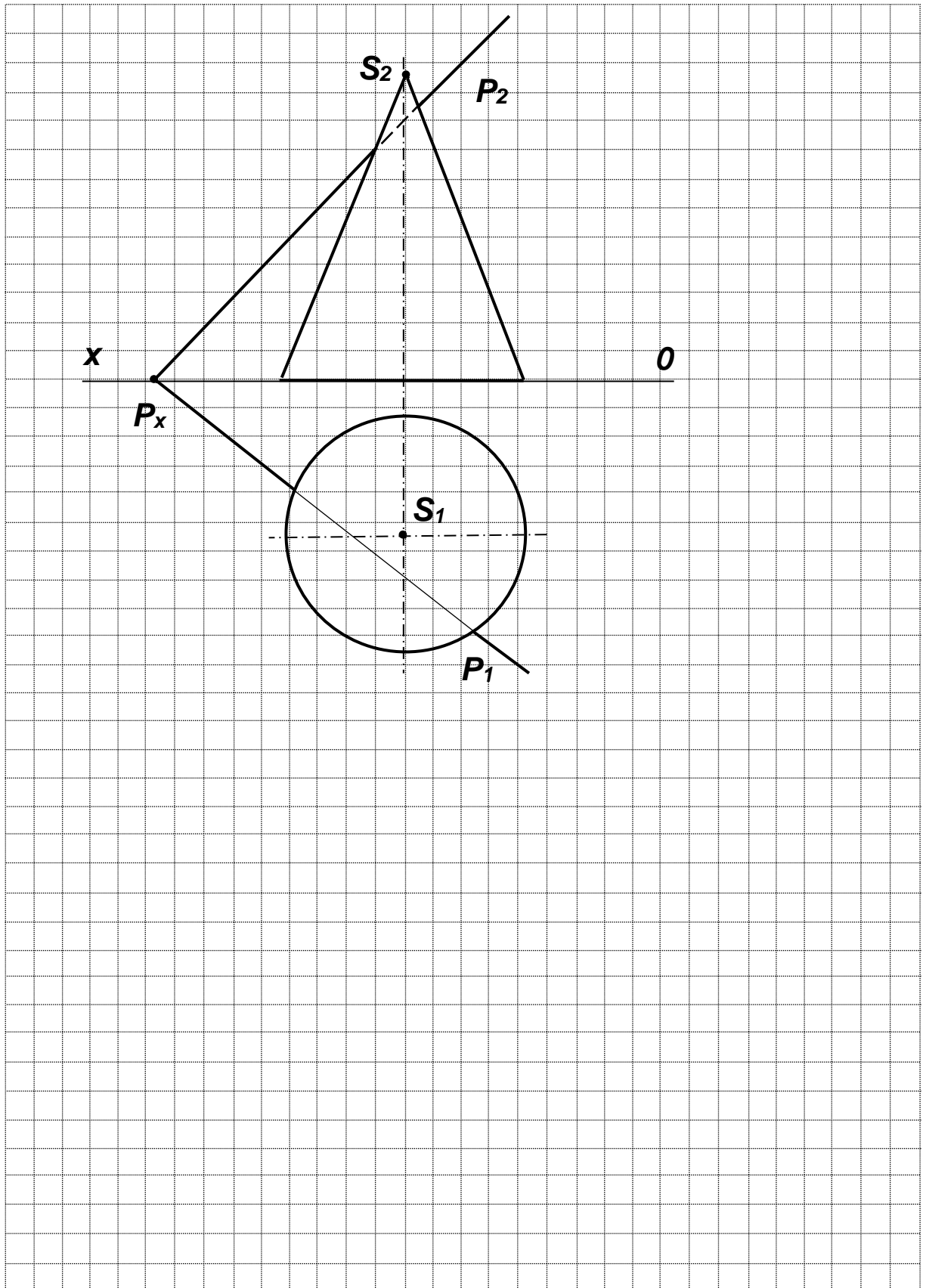
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие вы знаете способы построения проекций фигуры сечения многогранника плоскостью общего положения?
2. Какими способами определяют истинную величину фигуры сечения?
3. Какой способ применяется для построения проекций фигуры сечения поверхности вращения плоскостью общего положения?
4. Как построить развертку боковых поверхностей прямых круговых цилиндра и конуса?
5. Какой способ применяется для построения проекций фигуры сечения поверхности вращения плоскостью общего положения?
6. Как построить развертку боковых поверхностей прямых круговых цилиндра и конуса?

Задача 15.1. Постройте полную развертку одной из частей призмы, пересеченной плоскостью P .



Задача 15.2. Постройте полную развертку одной из частей кругового конуса, пересеченного плоскостью P .



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 15.1. Задача может быть решена одним из способов:

1-й способ. Воспользуйтесь плоскостями-посредниками, проведя их через ребра призмы (или через грани призмы). Истинный вид сечения определите с помощью одного из методов преобразования эюра.

2-й способ. Для построения проекций фигуры сечения используйте то обстоятельство, что боковые грани призмы является проецирующей по отношению к плоскости P_1 .

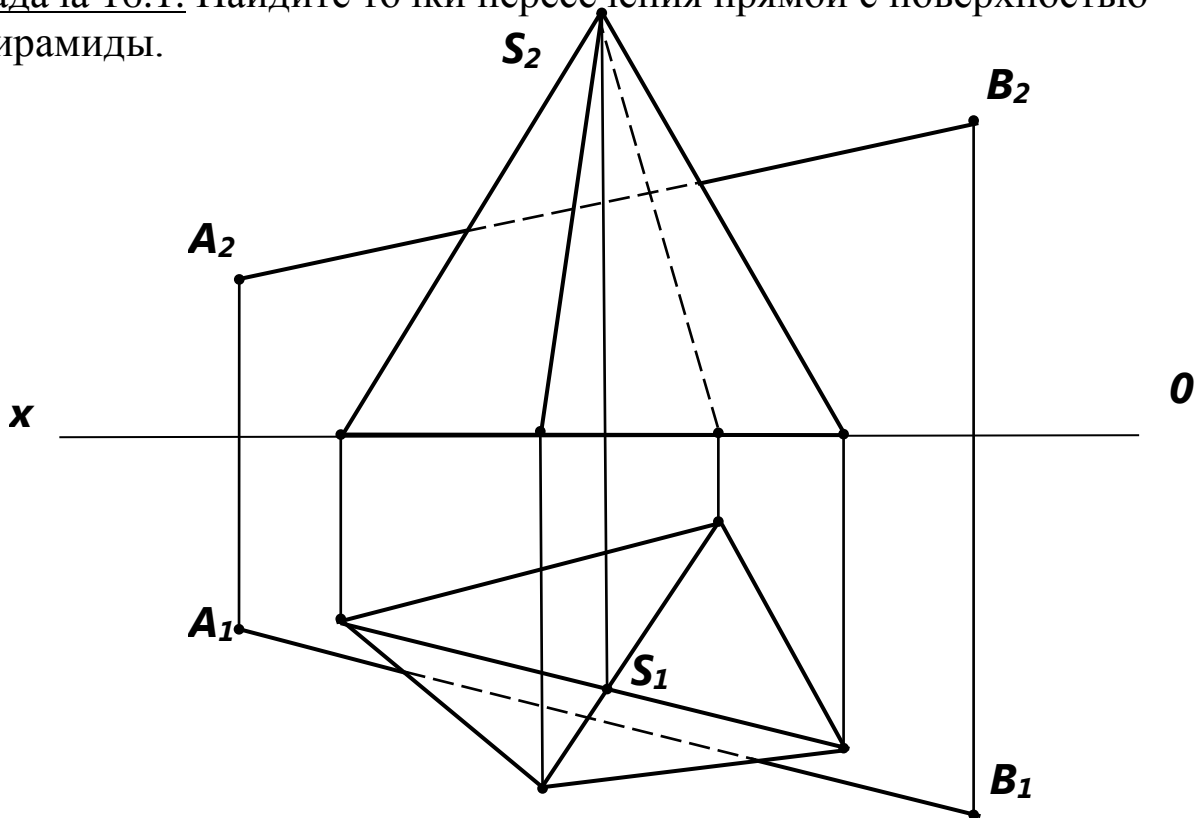
3-й способ. Преобразуйте секущую плоскость в проецирующую одним из способов преобразования эюра, тогда одна из проекций фигуры сечения превратится в прямую.

К задаче 15.2. Искомая фигура сечения представляет часть эллипса, для построения которого определите вначале характерные (опорные) точки, используя метод плоскостей-посредников или применив один из методов преобразования эюра. Для получения развертки усеченной части конуса постройте развертку полного конуса, вписав в него предварительно двенадцатигранную пирамиду. Затем на развертке на каждой образующей (ребре пирамиды) отложите истинную величину отрезков, образующих отсеченной части конуса.

ЗАНЯТИЕ 16**Тема. Обобщённые позиционные задачи.
Пересечение прямой с поверхностью, Пересечения поверхностей.****КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

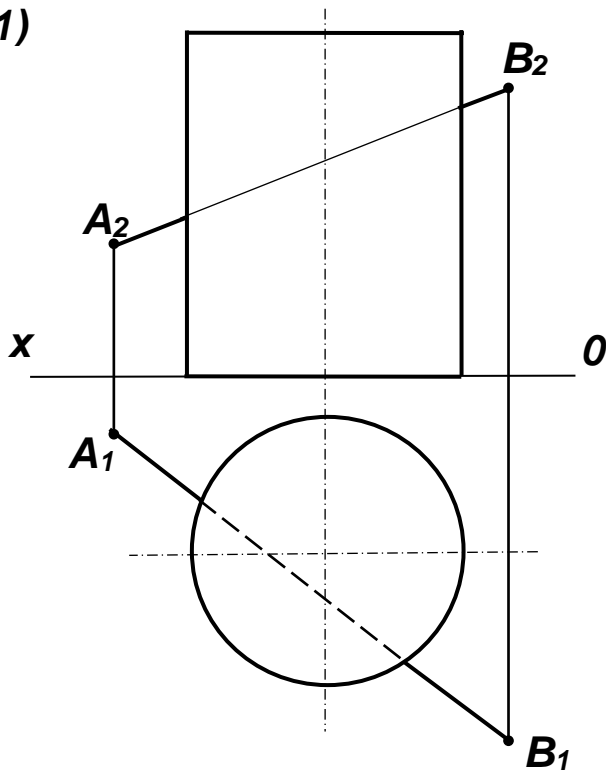
1. В чем заключается общий прием решения задач на пересечение прямой с поверхностью?
2. Какими плоскостями-посредниками удобнее пользоваться для нахождения точек встречи прямой с поверхностью многогранника?
3. Какие плоскости-посредники применяют для нахождения точек встречи прямой общего положения с поверхностями вращения?
4. Какой способ целесообразно применять для определения точек пересечения прямой с поверхностью шара?

Задача 16.1. Найдите точки пересечения прямой с поверхностью пирамиды.

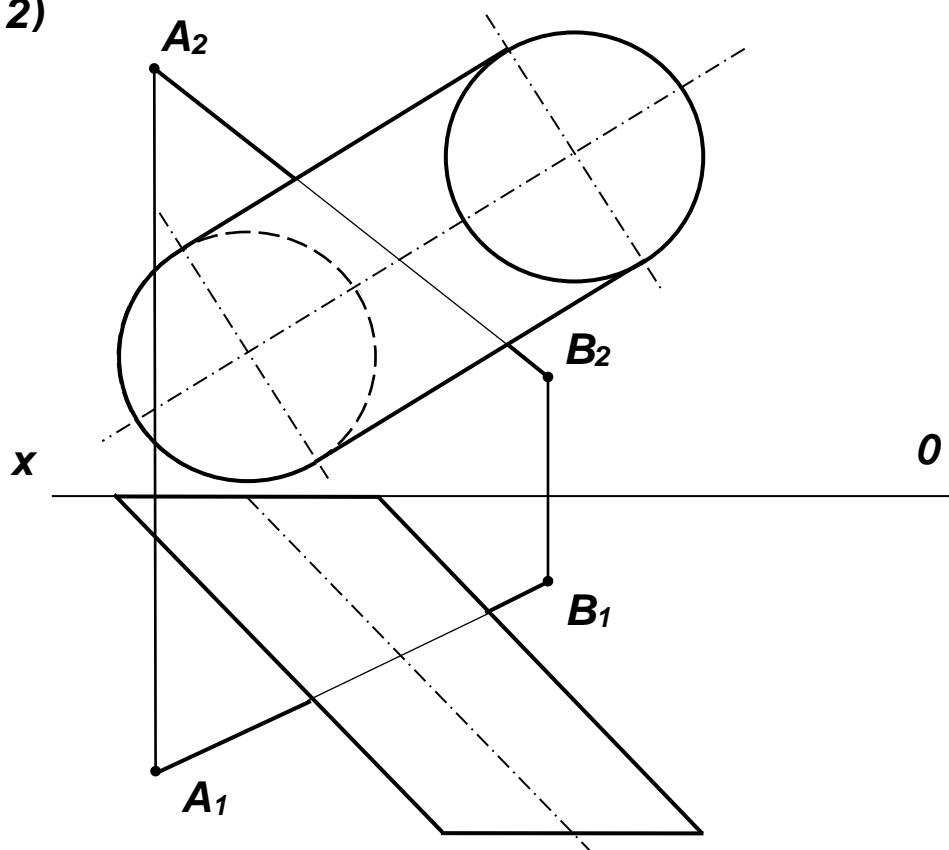


Задача 16.2. Найдите точки пересечения прямой с поверхностью тела вращения.

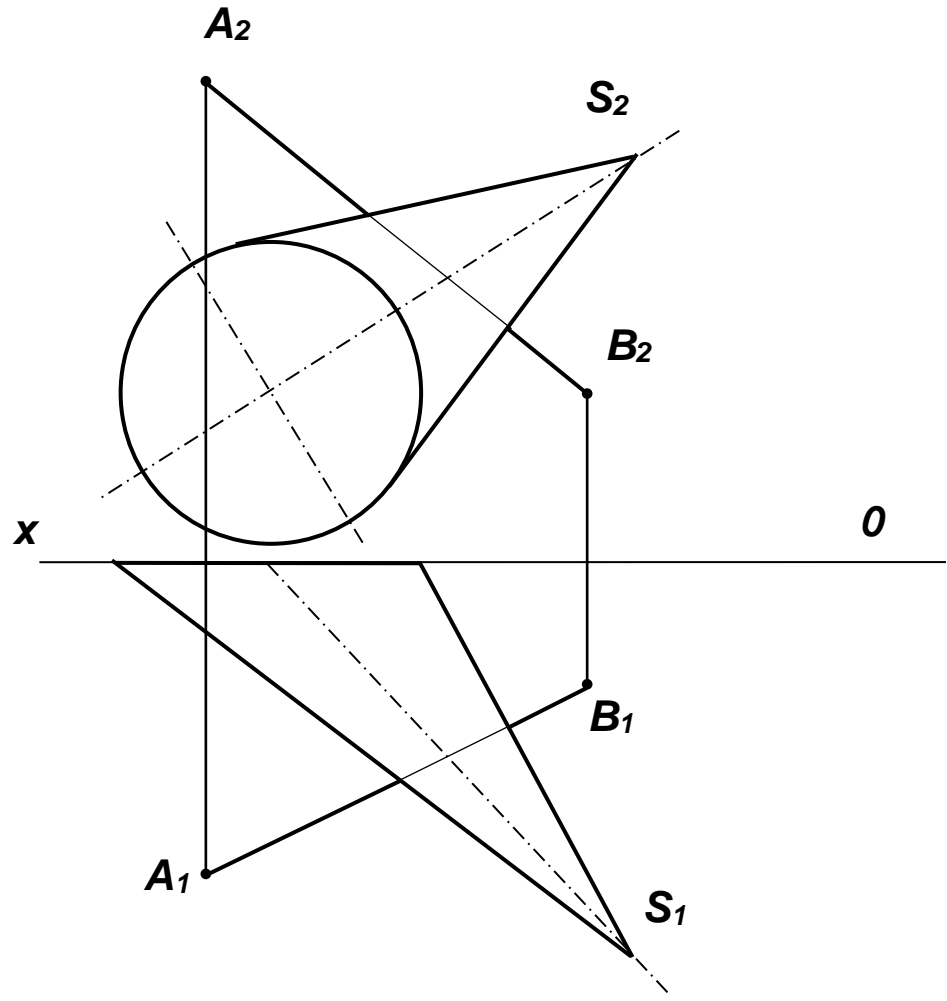
1)

 S_1

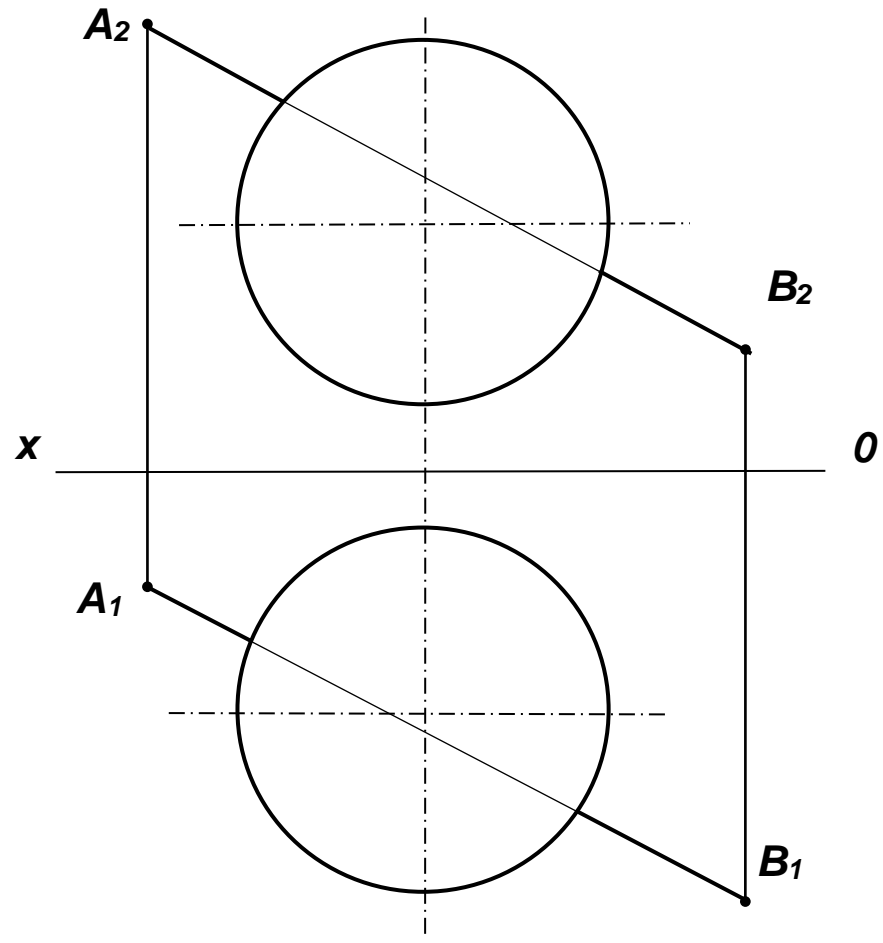
2)



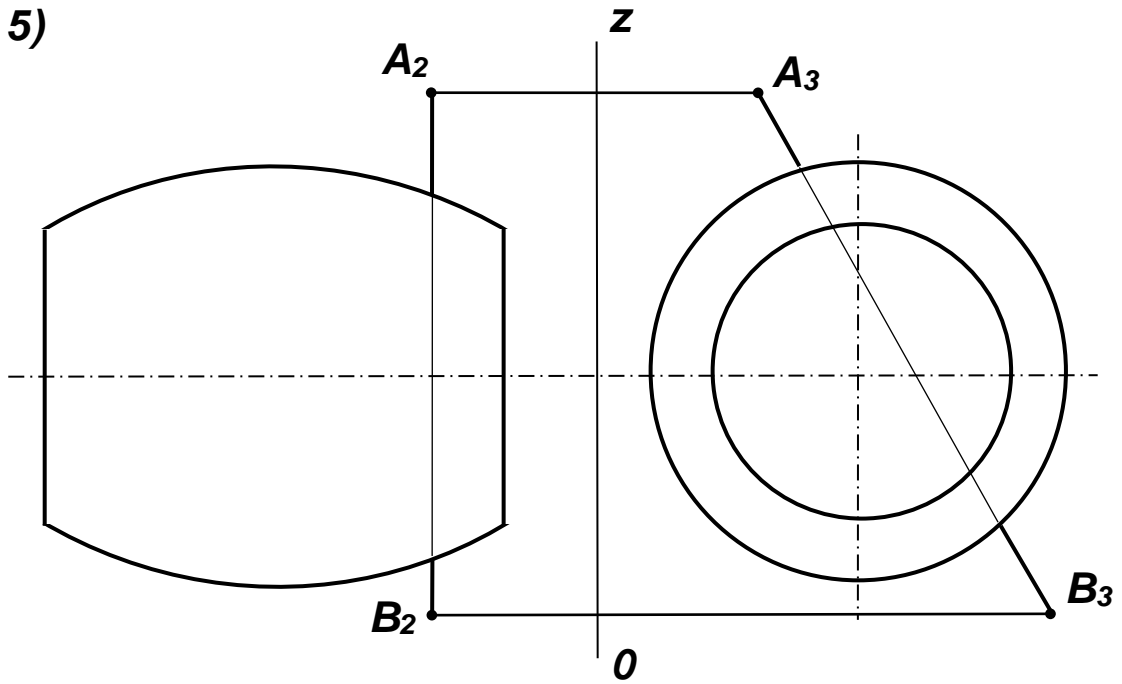
3)



4)



5)

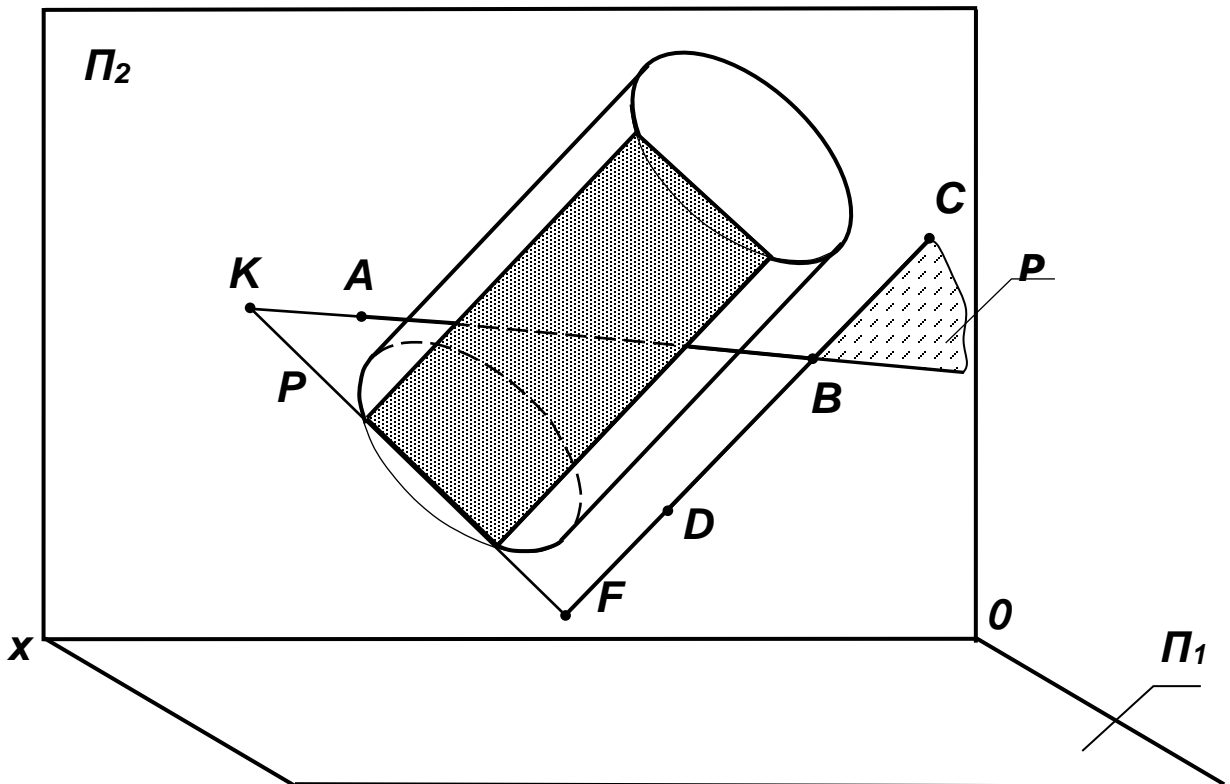


КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 16.1. Для определения точек пересечения прямой **AB** с пирамидой удобно воспользоваться проецирующей плоскостью, заключая в нее прямую.

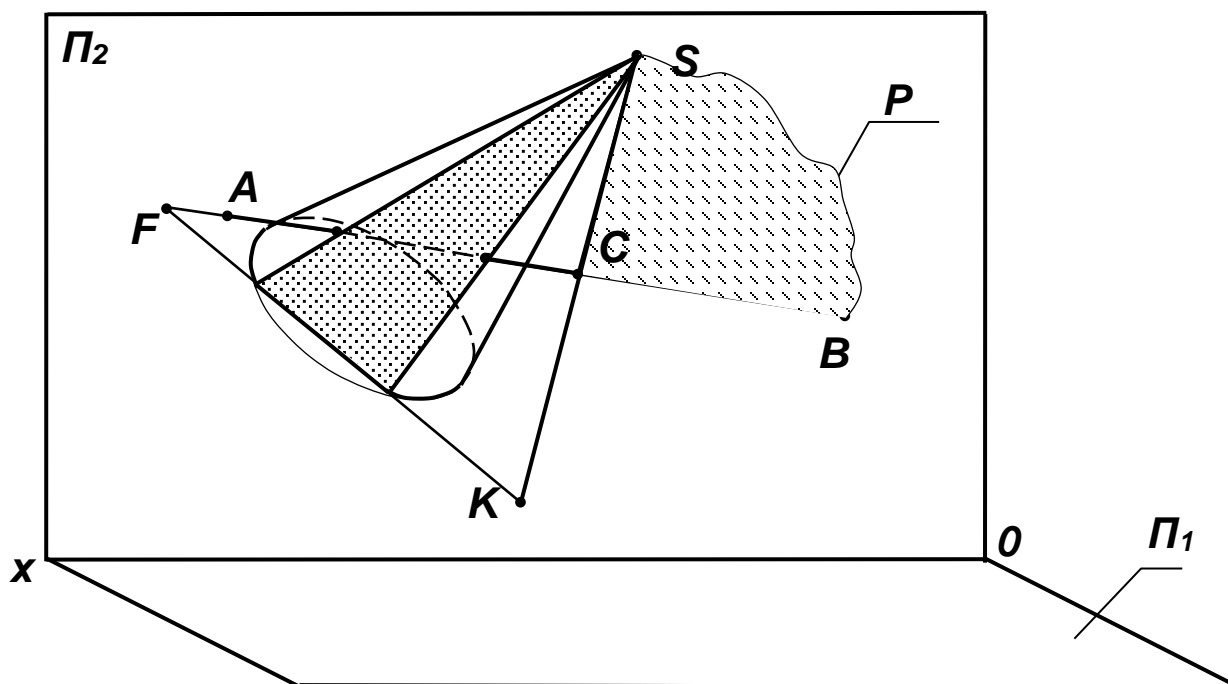
К задаче 16.2 (1). 1) Заключите прямую в плоскость общего положения, параллельную оси цилиндра.

2) Графический ключ решения



К задаче 16.2 (2). 1) Заключите прямую в плоскость общего положения, которая пересекла бы поверхность конуса по образующим.

2) Графический ключ решения



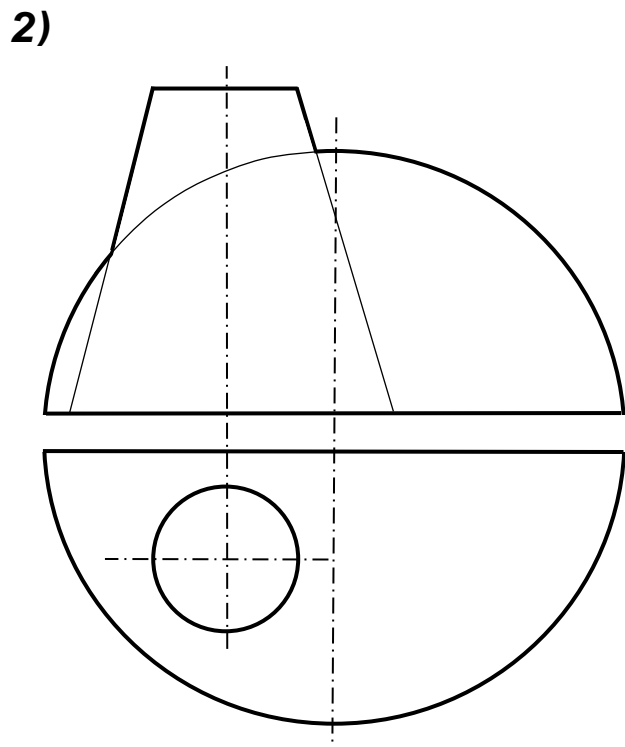
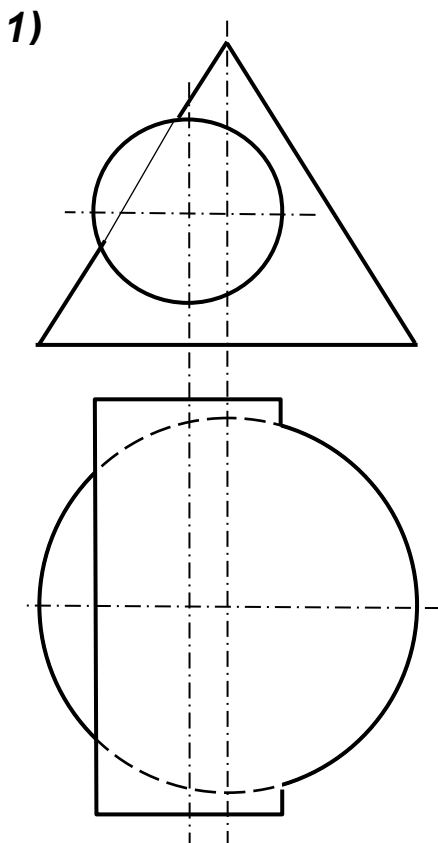
Занятие 17

Тема: Обобщенные позиционные задачи. Метрические задачи. Построение линии пересечения поверхностей.

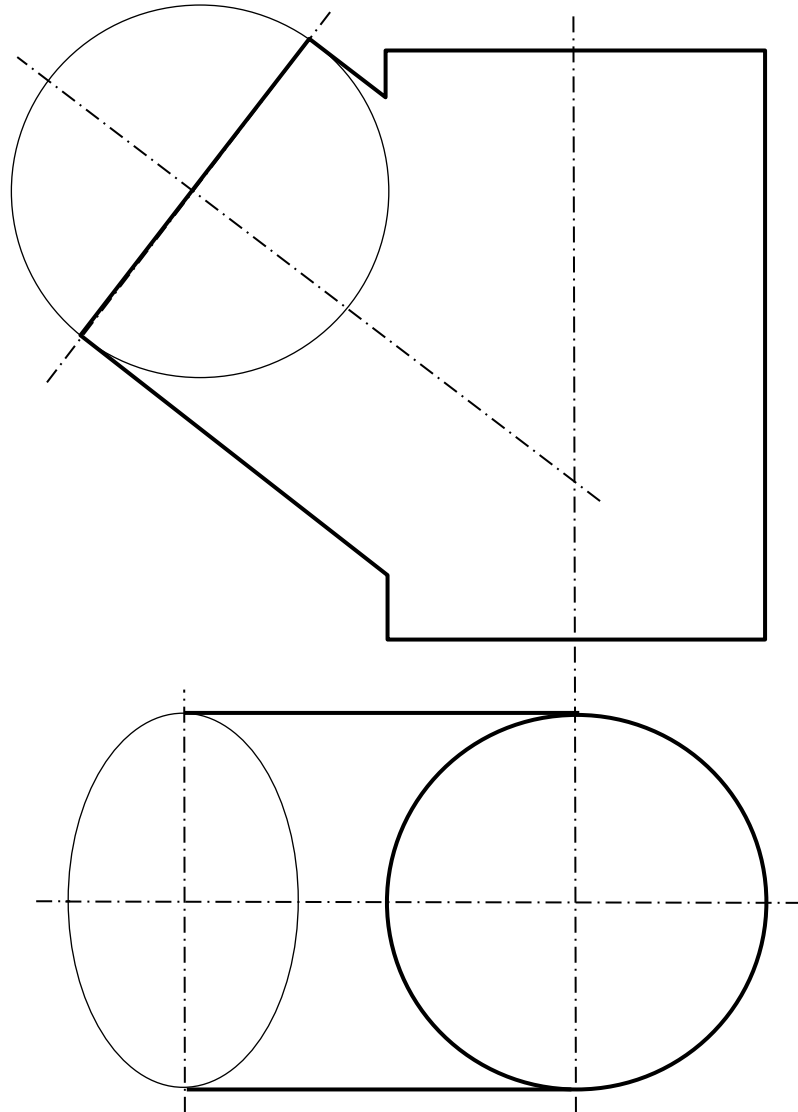
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что нужно найти, чтобы построить проекцию линии пересечения двух поверхностей вращения?
2. Какова последовательность построения проекций точек искомой линии пересечения двух поверхностей?
3. Что нужно учитывать при выборе плоскостей-посредников?
4. В чем сущность способа концентрических сфер?
5. Какая теорема положена в основу способа сфер?
6. Вспомните условие применения метода концентрических сфер для построения проекций линии взаимного пересечения двух поверхностей?

Задача 17.1. Используя плоскости-посредники, постройте линию пересечения двух поверхностей.



Задача 17.2. Постройте линию пересечения двух поверхностей способом концентрических сфер.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 17.1 (1). Для построения горизонтальной проекции линии пересечения поверхностей воспользуйтесь плоскостями уровня или используя параллели конуса. Предварительно найдите опорные точки искомой линии.

К задаче 17.1 (2). Для решения в качестве секущих плоскостей-посредников используйте плоскости уровня.

К задаче 17.2. Найдите характерные (опорные) точки искомой кривой. В качестве центра концентрических сфер примите точку пересечения осей вращения двух поверхностей вращения.

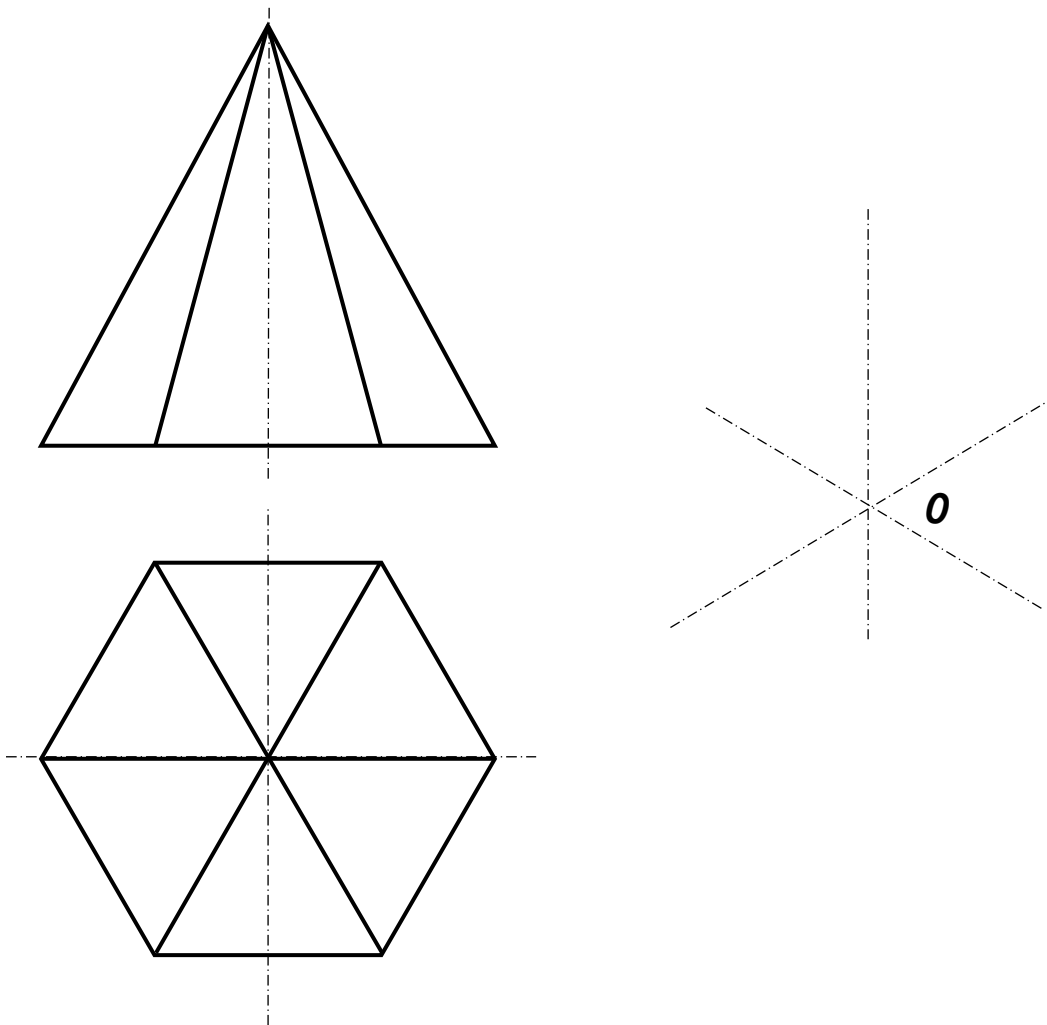
Занятие 18**Тема. Аксонометрические проекции.****КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Какие виды аксонометрических проекций по направлению лучей относительно картинной плоскости известны?
2. Чем отличаются изометрическая, диметрическая и триметрическая проекции?
3. Какая кривая будет аксонометрической проекцией окружности?

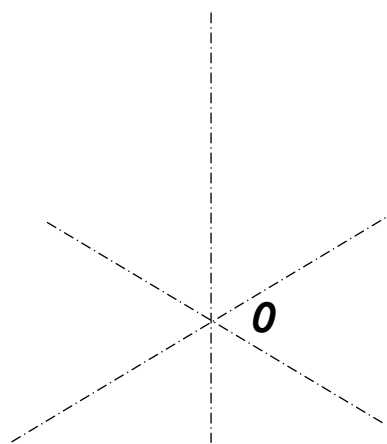
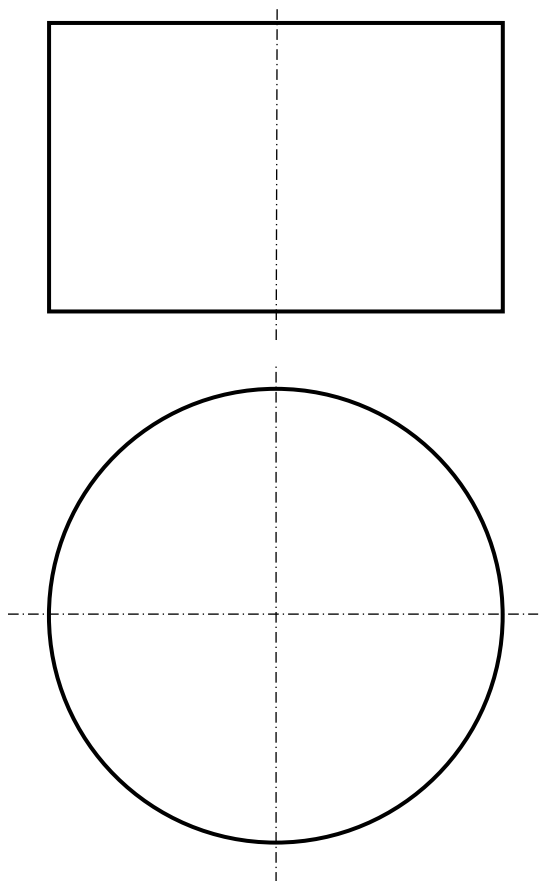
РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

Задача 18.1. Построить прямоугольные изометрические проекции с вырезом четверти:

а) пирамиды.

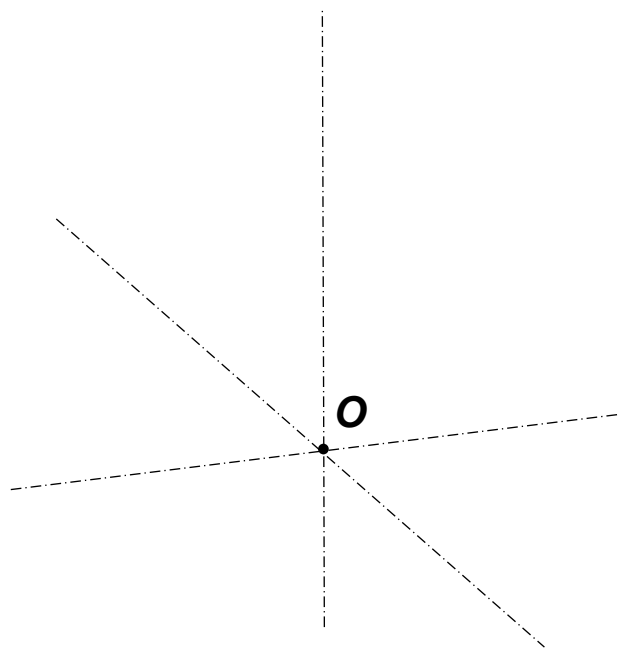
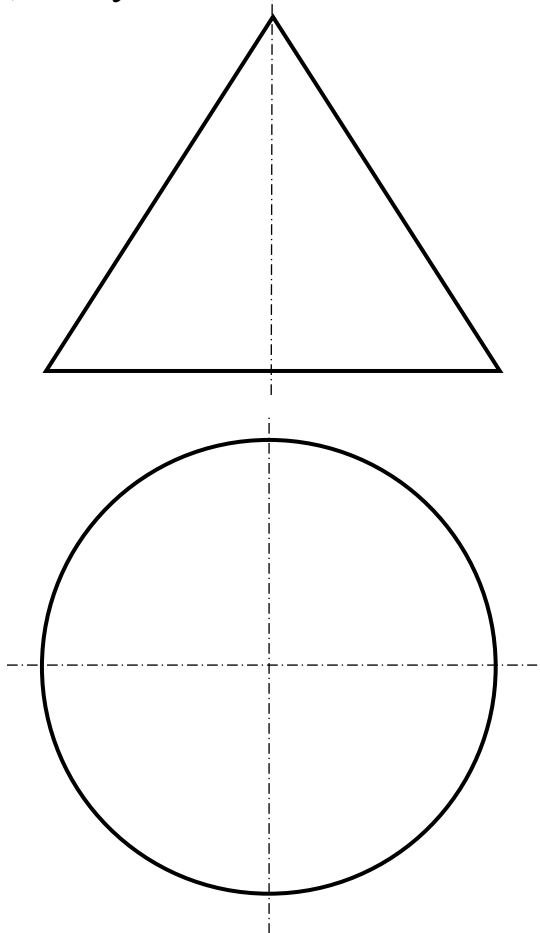


б) цилиндра.

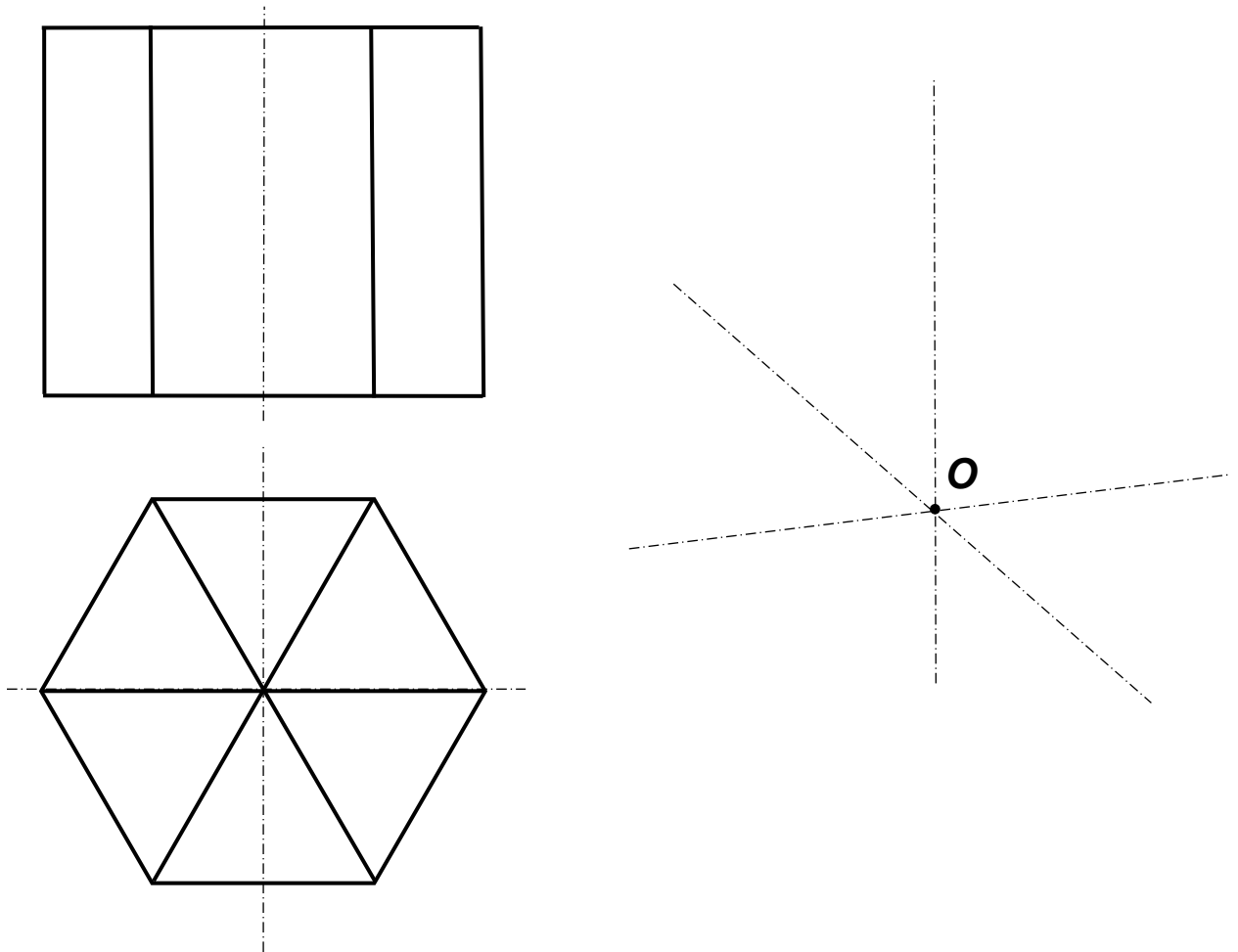


Задача 18.2. Построить прямоугольные диметрические проекции с вырезом четверти:

а) конуса.



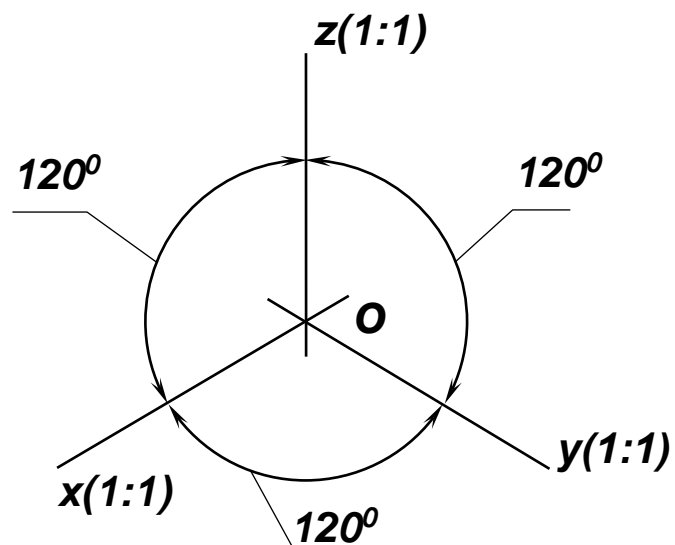
а) призмы.



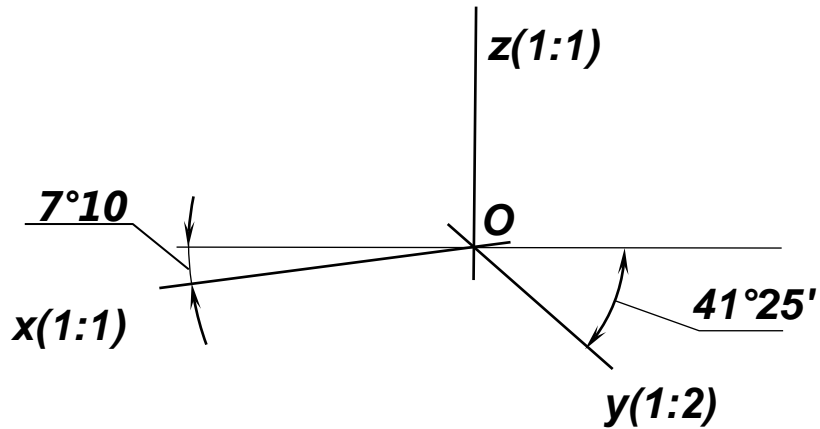
КОНСУЛЬТАЦИИ

1. Положение аксонометрических осей и масштабы измерений по осям для аксонометрических проекций:

а) прямоугольная изометрическая проекция

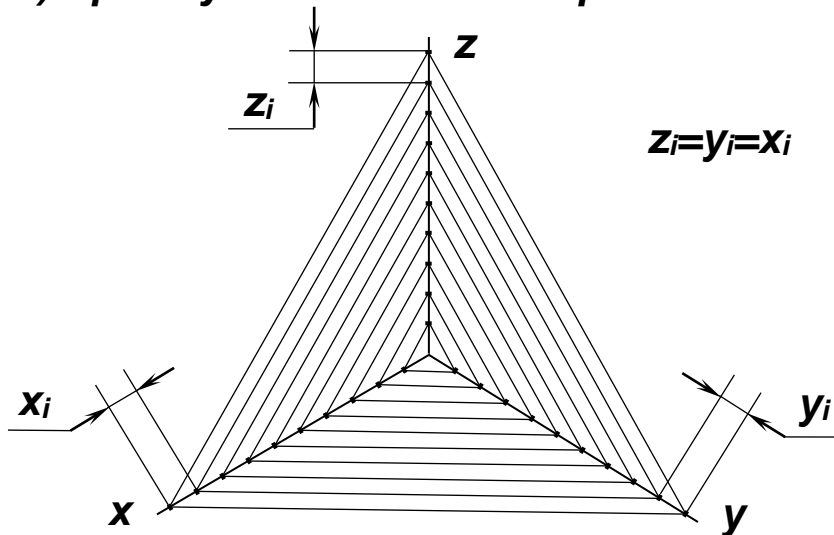


б) прямоугольная диметрическая проекция

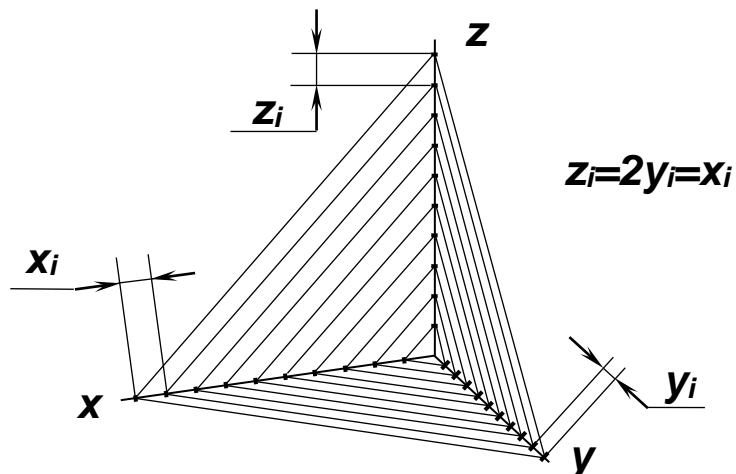


2. Направление штриховки в аксонометрических разрезах и масштабы измерений по осям для аксонометрических проекций:

а) прямоугольная изометрическая



б) прямоугольная диметрическая



СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии : учеб. пособие для студентов техн. вузов / В.О. Гордон, М.А. Семенов-Огиевский; под ред. В. О. Гордона. - 29-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2009. - 272 с. : ил. - (Гр.). и предыдущие издания.
2. Чекмарёв А.А. Начертательная геометрия и черчение: учеб. Для студ. Высш. Учеб. Заведений. – 2-е изд., перераб. И доп.- М.: Высшее образование, 2006.-471 с.
3. Дадаян А.А. Основы черчения и инженерной графики: Геометрические построения на плоскости и в пространстве: учеб. Пособие. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М. 2007.- 464 с.: ил.
4. Кулаев, В.Е. Внеаудиторная самостоятельная работа студентов бакалавриата по дисциплине «Прикладная механика» Ч.3: учебное пособие / В.Е. Кулаев, В.А. Лиханос, А.В. Орлянский и др.; Ставропольский гос. аграрный университет.- Ставрополь, 2015.-68 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
ЗАНЯТИЕ 1. Геометрические построения.	5
ЗАНЯТИЕ 2. Сопряжения	11
ЗАНЯТИЕ 3. Плоские кривые.	15
ЗАНЯТИЕ 4. Задание точки на комплексном чертеже Монжа.	27
ЗАНЯТИЕ 5. Задание прямой на комплексном чертеже Монжа.	29
ЗАНЯТИЕ 6. Взаимное положение точки прямой, двух прямых	32
ЗАНЯТИЕ 7. Следы прямой	34
ЗАНЯТИЕ 8. Метрические задачи. Позиционные задачи. Метод прямоугольного треугольника.	37
ЗАНЯТИЕ 9. Задание плоскости на комплексном чертеже Монжа. Точка на плоскости	39
ЗАНЯТИЕ 10. Задание плоскости следами	41
ЗАНЯТИЕ 11. Позиционные задачи. Метрические задачи.	46
ЗАНЯТИЕ 12. Взаимное положение прямой и плоскости	52
ЗАНЯТИЕ 13. Взаимное положение двух плоскостей	55
ЗАНЯТИЕ 14. Способы преобразования эпюра.	61
ЗАНЯТИЕ 15. Многогранники. Поверхности.	63
ЗАНЯТИЕ 16. Пересечение прямой с поверхностью, пересечения поверхностей.	67
ЗАНЯТИЕ 17. Построение линии пересечения поверхностей.	72
ЗАНЯТИЕ 18. Аксонометрические проекции.	74
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	78

Подписано в печать 09.09.2015. Формат 60x84 ¹/₈. Бумага офсетная.
Гарнитура «Times New Roman». Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,3.
Тираж 30 экз. Заказ № 296.

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии
Ставропольского государственного аграрного университета «АГРУС»,
355017, г. Ставрополь, ул. Пушкина, 15. Тел/факс (8652) 35-06-94.
E-mail: agrus2007@mail.ru.